

Informace o konání přijímacího řízení

(podle čl. III Směrnice rektora č. 12/2004)

1. kolo přijímacího řízení	
Termín zahájení a ukončení přijímacích zkoušek	6. 6. 2007
Termín vydání rozhodnutí o přijetí ke studiu	8. 6. 2007, 19. 6. 2007
Termín vydání rozhodnutí o přijetí na základě žádosti o přezkoumání rozhodnutí	-----
Termíny a podmínky, za nichž má uchazeč možnost nahlédnout do svých materiálů (podle § 50 odst. 6 zákona o vysokých školách)	6. 6. 2007 (uchazeč má možnost nahlédnout do svých materiálů před ústním pohovorem a případné nejasnosti konzultovat se zkušební komisí)
2. kolo přijímacího řízení	
Termín zahájení a ukončení přijímacích zkoušek	6. 9. 2007
Termín vydání rozhodnutí o přijetí ke studiu	7. 9. 2007
Termín vydání rozhodnutí o přijetí na základě žádosti o přezkoumání rozhodnutí	-----
Termíny a podmínky, za nichž má uchazeč možnost nahlédnout do svých materiálů (podle § 50 odst. 6 zákona o vysokých školách)	6. 6. 2007 (uchazeč má možnost nahlédnout do svých materiálů před ústním pohovorem a případné nejasnosti konzultovat se zkušební komisí)
Termín skončení přijímacího řízení	30. 9. 2007

Zpracovala: Ing. Jana Šindlerová
1. 10. 2007

Informace o přijímacích zkouškách

kritéria pro vyhodnocení a postup, jakým byl stanoven výsledek přijímací zkoušky nebo její části
(podle čl. II odst. 2 písm. b Směrnice rektora č. 12/2004)

Studijní obory	Minimum pro písemnou část přijímací zkoušky		Maximum pro písemnou část přijímací zkoušky		Minimum pro ústní část přijímací zkoušky		Maximum pro ústní část přijímací zkoušky		Limit pro prospěl u přijímací zkoušky	
Bakalářský studijní program										
* Aplikovaná matematika * Matematické metody v ekonomice * Apl. matem. pro řešení kriz.situací	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)
	----	----	45	50	----	----	5	----	40	
* Obecná matematika	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)
	----	----	45	50	----	----	5	----	40	
	Matematika	Dějepis	Matematika	Dějepis	Matematika	Dějepis	Matematika	Dějepis	Matematika	Dějepis
	----	----	45	50	----	----	5	----	20	20
Magisterský studijní program										
* Geometrie * Matematická analýza	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)
	----	----	45	50	----	----	5	----	40	
Magisterský navazující studijní program										
* Geometrie * Matematická analýza * Matematická fyzika	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)	Matematika	Informatika (fyzika)
	----	----	----	----	10	----	20	----	10	----
* Učitelství matematiky pro stř. školy (kombinace matematika - dějepis)	Matematika	Dějepis	Matematika	Dějepis	Matematika	Dějepis	Matematika	Dějepis	Matematika	Dějepis
	----	20	----	50	10	----	20	----	10	20

Informace o výsledcích přijímacího řízení

(podle čl. IV Směrnice rektora č. 12/2004)

1. kolo přijímacího řízení

studijní program / studijní obor	počet podaných přihlášek	počet přihlášených uchazečů	se zúčastnili přijímací zk.	počet uchazečů, kteří			
				splnili podmínky přijetí	nesplnili podmínky přijetí	byli přijati ke studiu (bez přijatých po přezkumu)	byli přijati ke studiu CELKEM
Bakalářský studijní program Matematika (prezenční)							
Aplikovaná matematika	6	6	6	5	1	5	5
Aplikovaná matematika pro řešení krizových situací	8	8	6	5	1	5	5
Matematické metody v ekonomice	16	16	14	12	2	12	12
Obecná matematika	15	15	9	7	2	7	7
Bakalářský studijní program Matematika celkem	45	45	35	29	6	29	29
Magisterský studijní program Matematika (prezenční)							
Matematická analýza	3	3	3	3	0	3	3
Geometrie	0	0	0	0	0	0	0
Magisterský studijní program Matematika celkem	3	3	3	3	0	3	3
Magisterský navazující studijní program Matematika (prezenční)							
Matematická analýza	2	2	2	2	0	2	2
Geometrie	0	0	0	0	0	0	0
Matematická fyzika	0	0	0	0	0	0	0
Učitelství matematiky pro střední školy	0	0	0	0	0	0	0
Magister.navaz.stud.program Matematika celkem	2	2	2	2	0	2	2
Matematika celkem	50	50	40	34	6	34	34

2. kolo přijímacího řízení

studijní program / studijní obor	počet podaných přihlášek	počet přihlášených uchazečů	se zúčastnili přijímací zk.	počet uchazečů, kteří			
				splnili podmínky přijetí	nesplnili podmínky přijetí	byli přijati ke studiu (bez přijatých po přezkumu)	byli přijati ke studiu CELKEM
Bakalářský studijní program Matematika (prezenční)							
Aplikovaná matematika	3	3	3	3	0	3	3
Aplikovaná matematika pro řešení krizových situací	3	3	3	3	0	3	3
Matematické metody v ekonomice	3	3	2	2	0	2	2
Obecná matematika	3	3	3	3	0	3	3
Bakalářský studijní program Matematika celkem	12	12	11	11	0	11	11
Magisterský studijní program Matematika (prezenční)							
Matematická analýza	1	1	1	1	0	1	1
Geometrie	0	0	0	0	0	0	0
Magisterský studijní program Matematika celkem	1	1	1	1	0	1	1
Magisterský navazující studijní program Matematika (prezenční)							
Matematická analýza	1	1	1	1	0	1	1
Geometrie	0	0	0	0	0	0	0
Matematická fyzika	0	0	0	0	0	0	0
Učitelství matematiky pro střední školy	1	1	1	0	1	0	0
Magister.navaz.stud.program Matematika celkem	2	2	2	1	1	1	1
Matematika celkem	15	15	14	13	1	13	13

Souhrnné výsledky přijímacího řízení

studijní program / studijní obor	počet podaných přihlášek	počet přihlášených uchazečů	se zúčastnili přijímací zk.	počet uchazečů, kteří			
				splnili podmínky přijetí	nesplnili podmínky přijetí	byli přijati ke studiu (bez přijatých po přezkumu)	byli přijati ke studiu CELKEM
Bakalářský studijní program Matematika (prezenční)							
Aplikovaná matematika	9	9	9	8	1	8	8
Aplikovaná matematika pro řešení krizových situací	11	11	9	8	1	8	8
Matematické metody v ekonomice	19	19	16	14	2	14	14
Obecná matematika	18	18	12	10	2	10	10
Bakalářský studijní program Matematika celkem	57	57	46	40	6	40	40
Magisterský studijní program Matematika (prezenční)							
Matematická analýza	4	4	4	4	0	4	4
Geometrie	0	0	0	0	0	0	0
Magisterský studijní program Matematika celkem	4	4	4	4	0	4	4
Magisterský navazující studijní program Matematika (prezenční)							
Matematická analýza	3	3	3	3	0	3	3
Geometrie	0	0	0	0	0	0	0
Matematická fyzika	0	0	0	0	0	0	0
Učitelství matematiky pro střední školy	1	1	1	0	1	0	0
Magister.navaz.stud.program Matematika celkem	4	4	4	3	1	3	3
Matematika celkem	65	65	54	47	7	47	47

Informace o přijímacích zkouškách
základní statistické charakteristiky
(podle čl. II odst. 2 písm. c Směrnice rektora č. 12/2004)

Písemná přijímací zkouška - 1. a 2. kolo přijímacího řízení pro akademický rok 2007/2008					
Písemná přijímací zkouška a její části	Základní statistické charakteristiky				
	Počet uchazečů, kteří se zúčastnili přijímací zkoušky	Nejlepší možný výsledek	Nejlepší skutečně dosažený výsledek	Průměrný výsledek	Směrodatná odchylka výsledků
Bakalářský studijní program Matematika (všechny studijní obory)					
Písemná přijímací zkouška	18	95	90	56,4444	9,6620
Matematika (varianta F+I)	18	45	45	29,9444	4,9057
Matematika (varianta F)	15	45	43	27,2000	2,2496
Matematika (varianta I)	3	45	45	-----	-----
Informatika (varianta E)	7	50	48	36,5714	11,7287
Fyzika (varianta MÚ _C +MÚ _Z)	9	50	35	19,2222	3,6191
Fyzika (varianta pro MÚ _C)	7	50	35	19,5714	4,7176
Fyzika (varianta pro MÚ _Z)	2	50	21	-----	-----
Dějepis (varianta P002 _C +P002 _Z)	2	50	27	-----	-----
Dějepis (varianta P002 _C)	1	50	21	-----	-----
Dějepis (varianta P002 _Z)	1	50	27	-----	-----
Bakalářský studijní program Matematika (obor: Aplikovaná matematika)					
Písemná přijímací zkouška	2	95	58	-----	-----
Matematika (varianta F+I)	2	45	43	-----	-----
Matematika (varianta F)	1	45	36	-----	-----
Matematika (varianta I)	1	45	43	-----	-----
Fyzika (varianta MÚ _C +MÚ _Z)	2	50	22	-----	-----
Fyzika (varianta pro MÚ _C)	1	50	22	-----	-----
Fyzika (varianta pro MÚ _Z)	1	50	15	-----	-----
Bakalářský studijní program Matematika (obor: Matematické metody v ekonomice)					
Písemná přijímací zkouška	9	95	91	60,3333	5,9020
Matematika (varianta F+I)	9	45	43	30,7778	4,0338
Matematika (varianta F)	8	45	43	29,2500	4,2332
Matematika (varianta I)	1	45	43	-----	-----
Informatika (varianta E)	5	50	48	36,2000	3,2000
Fyzika (varianta MÚ _C +MÚ _Z)	4	50	35	-----	-----
Fyzika (varianta pro MÚ _C)	3	50	35	-----	-----
Fyzika (varianta pro MÚ _Z)	1	50	21	-----	-----
Bakalářský studijní program Matematika (obor: Aplikovaná matematika pro řešení krizových situací)					
Písemná přijímací zkouška	2	95	90	-----	-----
Matematika (varianta F)	2	45	42	-----	-----
Informatika (varianta E)	1	50	48	-----	-----
Fyzika (varianta MÚ _C)	1	50	21	-----	-----
Bakalářský studijní program Matematika (obor: Obecná matematika)					
Písemná přijímací zkouška	5	95	72	49,0000	7,1624
Matematika (varianta F+I)	5	45	45	28,0000	4,9699
Matematika (varianta F)	4	45	32	-----	-----
Matematika (varianta I)	1	45	45	-----	-----
Informatika (varianta E)	1	50	27	-----	-----
Fyzika (varianta MÚ _C)	2	50	19	-----	-----
Dějepis (varianta P002 _C +P002 _Z)	2	50	27	-----	-----
Dějepis (varianta P002 _C)	1	50	21	-----	-----
Dějepis (varianta P002 _Z)	1	50	27	-----	-----
Magisterský studijní program Matematika (Matematická analýza)					
Písemná přijímací zkouška	0	95	-----	-----	-----
Matematika (varianta F+I)	0	45	-----	-----	-----
Informatika (varianta E)	0	50	-----	-----	-----
Fyzika (varianta MÚ _C +MÚ _Z)	0	50	-----	-----	-----

Poznámka:

Decilové hranice výsledku zkoušky se nezveřejňují, protože počet uchazečů je menší než 100.
Směrodatná odchylka výsledků písemné přijímací zkoušky není uvedena v případě, že počet uchazečů je menší než 5.
Průměrný výsledek písemné přijímací zkoušky se nezveřejňuje, protože počet uchazečů je menší než 5.

Zpracovala: Ing. Jana Šindlerová
1.10.2007

1. Počátky chovu dobytka v našich zemích náležejí:

- a) neolitu
- b) eneolitu
- c) době bronzové
- d) době laténské

2. Doba římská se v našich zemích datuje:

- a) cca 6. tisíciletí – 4000 př. Kr.
- b) cca 8. stol. – 400 př. Kr.
- c) cca 400 př. Kr. – 0
- d) cca 0 – 400 po Kr.

3. Lužická kultura náleží

- a) paleolitu
- b) eneolitu
- c) době bronzové a starší době železné
- d) době laténské

4. Řecké městské státy na obranu proti Peršanům vytvořily

- a) achájský spolek
- b) délský spolek
- c) aitolský spolek
- d) korintský spolek

5. Ostrakismos – střepinový soud byl v Athénách zaveden

- a) Peisistratem
- b) Solónem
- c) Kleisthénem
- d) Themistoklem

6. Dekurioni byli

- a) velitelé římských vojenských jednotek
- b) členové městské rady
- c) úředníci císařské kanceláře
- d) výběřčí daní v provinciích

7. Kagan byl titulem panovníka

- a) Tatarů
- b) Arabů
- c) Avarů
- d) Rusů

8. V bitvě u řeky Lechu porazil císař Ota I.

- a) Mongoly
- b) Čechy
- c) Maďary
- d) Normany

9. Hlavou pravoslavné církve se stal ve středověku patriarcha

- a) Alexandrie
- b) Antiochie
- c) Jerusaléma
- d) Cařihradu

10. Dynastie Anjuovců panovala mimo Neapolsko a Polsko též v

- a) Sasku
- b) Milánsku
- c) Bavorsku
- d) Uhrách

11. Machiavelli působil jako politik v

- a) Benátkách
- b) Florencii
- c) Francii
- d) Neapolsku

12. Král Vratislav I. získal korunu za podporu římského krále:

- a) v době vrcholících zámořských objevů
- b) v době bojů o investituru
- c) při obraně křesťanské Evropy před vpádem mongolského chána
- d) při tažení do „Svaté země“

13. V bitvě u Kressenbrunn se Přemysl Otakar II. střetl s uherským králem o:

- a) Korutany
- b) Slezsko
- c) Míšeňsko
- d) Štýrsko

14. Král Karel IV. se zasloužil o zřízení nového biskupství:

- a) v Litoměřicích
- b) v Litomyšli
- c) v Hradci Králové
- d) v Olomouci

15. Nejstarším česky píšícím kronikářem byl:

- a) Kosmas
- b) Arnošt z Pardubic
- c) tzv. Dalimil
- d) Petr z Mladoňovic

16. Voltaire nenapsal jednu z těchto prací, špatný údaj označ:

- a) Století Ludvíka XIV.
- b) Candide
- c) Nová Heloisa
- d) Pojednání o mravech a duchu národů

17. Vůdcové nizozemského odboje proti španělskému centralismu Egmont a Hoorn byli:

- a) luteráni
- b) kalvinisté
- c) katolíci
- d) hugenoti

18. Jednota šmalkadská byla poražena na jaře 1547:

- a) u Mühldorfu
- b) u Frankenhauseu
- c) u Marignana
- d) žádná uvedená možnost není správná

19. Součástí polského-litevského státu v 16. století nikdy nebylo jedno z uvedených měst, to podtrhni:

- a) Kyjev
- b) Minsk
- c) Gdaňsk
- d) Vratislav

20. Machiavelii působil hlavně

- a) v Benátkách
- b) v Římě
- c) ve Florencii

d) v Neapoli

21. K zemím České koruny v 16. století náležely

a) Horní Lužice

b) Sedmíhradsko

c) Korutany

d) Horní Rakousy

22. Po porážce prvního protihabsburského odboje v českých zemích v 16. století byla nejvíce postižena

a) vyšší šlechta

b) nižší šlechta

c) města

d) poddaní

23. Karel starší ze Žerotína byl

a) olomoucký arcibiskup

b) představitel moravské nekatolické šlechty

c) přední činitel dvora císaře Rudolfa II.

d) vítěz nad Turky u Vídně

24. Obojí Lužice byly odtrženy od českých zemí v důsledku

a) pražského míru

b) vřatislavského míru

c) vestfálského míru

d) karlovačského míru

25. Jak se nazývala nejradikálnější politická skupina ve Velké francouzské revoluci, která přivedla revoluci až do krvavého teroru

a) jakobíni

b) chartisté

c) bonapartisté

d) liberálové

26. Jednou z největších postav boje za sjednocení Itálie v 19. století byl

a) Palmiro Togliati

b) Giuseppe Verdi

c) Giuseppe Garibaldi

d) Vincenzo Bellini

27. Tzv. Trojspolek byl spojenecký svazek těchto států

a) Německo, Rakousko-Uhersko a Itálie

b) Německo, Francie a Rusko

c) Rakousko-Uhersko, Itálie a Velká Británie

d) Německo, Rakousko-Uhersko a Rusko

28. O císařskou hodnost v Mexiku se v druhé polovině 19. století ucházel

a) Fridrich Pruský

b) Kristián Dánský

c) Maxmilián Habsburský

d) Ludvík Napoleon Bonaparte

29. Prvním prezidentem Spojených států amerických byl zvolen

a) Thomas Jefferson

b) Benjamin Franklin

c) George Washington

d) Abraham Lincoln

30. Všeobecné volební právo do Říšské rady pro muže bylo v Předlitavsku uzákoněno v roce:

a) 1896

b) 1907

c) 1890

d) nebylo uzákoněno

31. Hodnost dědičného rakouského císaře přijal:

a) Marie Terezie

b) Josef II.

c) Leopold II.

d) František II.

32. Rozhodnutím Pařížské mírové konference bylo k ČSR připojeno:

a) Těšínsko a Chebsko

b) Kladsko a Těšínsko

c) Hlučínsko a část Těšínska

d) Kladsko a Hlučínsko

33. Československá národní rada vznikla za I. světové války:

a) 1916 v Paříži

b) 1916 v Londýně

c) 1915 v Praze

d) 1917 v Vídni

34. Varšavské povstání představovalo:

a) pokus zabránit okupaci Polska na podzim 1939

b) nejvýraznější protestní iniciativu hnutí Solidarita v roce 1981

c) vrcholnou iniciativu polského občanského odboje v roce 1944

d) pokus o protikomunistický převrat v roce 1956

35. Mírová smlouva s Německem byla po druhé světové válce podepsána:

a) na postupimské konferenci

b) nebyla nikdy podepsána

c) v roce 1962 po tzv. druhé berlínské krizi

d) v roce 1990 po sjednocení obou německých států

36. Suezská krize v roce 1956:

a) přivedila pád Násirova režimu

b) urychlila vstup Spolkové republiky do NATO

c) znamenal diplomackou porážku Francie a Velké Británie

d) utužila francouzsko-americké vztahy

37. Tzv. Generální gouvernement představoval:

a) jedinou zámořskou kolonii nacistického Německa

b) území pod autonomní vládou v Norsku

c) část Belgie neobsazené německými vojsky

d) se nacházel v části okupovaného Polska

38. Komunistický režim v Číně se ustavil:

a) v roce 1937, což vyvolalo útok Japonského císařství

b) jako reakce na korejskou válku

c) na sklonku 40. let 20. století

d) v roce 1952

39. Pojem „normalizace“ je spojen s:

a) politickým vývojem v Československu po roce 1969

b) přechodem ekonomického a politického života do mírových podmínek v roce 1945

c) zahájením ekonomické reformy O. Šika v roce 1965

d) odstraňováním následků mnichovské konference pro československý stát

40. Kolektivizace byla v Československu zahájena:

- a) likvidací jednotných zemědělských družstev
 - b) v roce 1949
 - c) souběžně se dvouletým hospodářským plánem
 - d) v roce 1950, po rekonstrukci vlády
- 41. Hlavním střediskem Slovenského národního povstání byla:**
- a) Banská Štiavnica
 - b) Banská Bystrica
 - c) Kremnica
 - d) Bratislava
- 42. Doplněte: Atentát na R. Heydricha proběhl...**
- a) z iniciativy moskevského vedení KSČ
 - b) 26.4.1943
 - c) v květnu 1942
 - d) jako nejvýznamnější akce domácího komunistického odboje
- 43. Galerie Prado sídlí v**
- a) Paříži
 - b) Florencii
 - c) Madridě
 - d) San Franciscu
- 44. Román Vojna a mír napsal**
- a) Henryk Sienkiewicz
 - b) Lev Nikolajevič Tolstoj
 - c) Victor Hugo
 - d) Henrik Ibsen
- 45. Operu Její pastorkyňa složil**
- a) Antonín Dvořák
 - b) Eugen Suchoň
 - c) Leoš Janáček
 - d) Bohuslav Martinů
- 46. Satchmo byla přezdívka**
- a) Boba Dylana
 - b) Louise Armstronga
 - c) George Harrisona
 - d) Evy Pilarové
- 47. Eduard Haken vynikl jako**
- a) fotbalista
 - b) baletní mistr
 - c) tenista
 - d) operní zpěvák
- 48. Kterým písmenem je v mapě Evropy označena Barcelona?**
- a) b) c) d)
- 49. Kterým písmenem je v mapě Evropy označen Milán?**
- a) b) c) d)
- 50. Jeden z těchto názvů neoznačuje jezero, označ název:**
- a) Titicaca
 - b) Athabasca
 - c) Bajkal
 - d) Jezerka

Přijímací zkouška z informatiky

Dz

Každý příklad je hodnocen osmi body. Je dovoleno používat počítačí stroje a není dovoleno používat matematické tabulky. Hodnotí se nejen výsledek, ale i postup.

1. Určete výsledek, který vypíše následující program:

```
Begin
  x:= 1;
  for i:= 1 to 20 do
    if (i mod 2) = 1 then x:= x + i else x:= x + 1;
  write (x);
End.
```

Řešení: 111

2. V libovolném programovacím jazyce nebo pomocí vývojového diagramu navrhnete algoritmus na výpočet hustoty homogenní látky podle zadané hmotnosti a objemu.

Řešení:

```
Program Hustota;

var m, V, ro: real;

Begin
  write ('Zadej hmotnost: ');
  readln (m);
  write ('Zadej objem: ');
  readln (V);
  ro:= m / V;
  writeln ('Hustota latky je: ', ro);
End.
```

3. Kolik přirozených čísel větších než 400 můžeme napsat pomocí číslic 2, 4, 8, 9 tak, aby se každá z těchto číslic v čísle vyskytovala nejvýše jednou?

Řešení:

Trojčiferná čísla: musí být větší než 400, proto mohou začínat číslicemi 4, 8 nebo 9, za první číslicí následují některé dvě ze zbývajících tří číslic, tedy $3 \cdot V_2(3) = 18$.

Čtyřčiferná čísla: permutace $P(4) = 4! = 24$

Celkově: $18+24=42$

4. Ve firmě Kukačka, a. s. se zabývají vyhledáváním nemovitostí pro své klienty. Právě dojednávají smlouvu s dvěma novými klienty. První z nich potřebuje obytný dům pro sebe a dva sklady pro svou firmu, druhý chce k pronajmutí dvě kanceláře. V nabídce je 9 obytných domů, 7 skladů a nějaké kanceláře k pronajmutí. Kolik různých kombinací výběru má první klient a kolik kanceláří k pronajmutí firma nabízí, pokud druhý klient má celkem 21 kombinací výběru?

Řešení:

Pro prvního klienta použijeme vzorec na výpočet kombinací bez opakování.

$$C_1(9) \cdot C_2(7) = 9 \cdot 21 = 189$$

U druhého klienta obdobně sestavíme rovnici:

$$C_2(x) = 21$$

Po přepisu kombinačního čísla dostaneme jednoduchou rovnici

$$x(x-1)/2 = 21$$

Řešení je $x = 7$ (jednodušší postup: lze využít výpočet provedený pro prvního klienta)

Odpověď: První klient má celkem 189 kombinací výběru, druhý klient vybíral ze 7 kanceláří.

5. Negujte výrok: „Každý má rád léto.“

Řešení:

„Alespoň jeden je, kdo nemá rád léto.“

6. Ověřte správnost úsudku (zda závěr vyplývá z předpokladů):

Předpoklad: Když se napil kávy, pracovalo se mu lépe.

Předpoklad: Pracovalo se mu lépe.

Závěr: Napil se kávy.

Řešení:

Když si vzal prášek, ulevilo se mu. Ulevilo se mu. \models Vzal si prášek.

$n \rightarrow p, p \models n$

n	p	$n \rightarrow p$		n
0	0	1	-	0
0	1	1	*	0
1	0	0	-	1
1	1	1	*	1

Druhý řádek, množina předpokladů je splněna, ale závěr nikoliv. Z daných předpokladů nevyplývá daný závěr.

Přijímací zkouška z informatiky

G

Každý příklad je hodnocen osmi body. Je dovoleno používat počítačí stroje a není dovoleno používat matematické tabulky. Hodnotí se nejen výsledek, ale i postup.

1. Určete výsledek, který vypíše následující program:

```
Begin
  x:= 50;
  y:= 63;
  z:= 54;
  repeat
    x:= x - 1;
  until
  writeln (x);
end.
```

Řešení:

9

2. V libovolném programovacím jazyce nebo pomocí vývojového diagramu navrhňte algoritmus na výpočet objemu a povrchu válce, podle zadaných hodnot.

Řešení:

```
var r, a, v, s: integer;
begin
  write('zadej polomer: ');
  readln(r);
  write('zadej vysku: ');
  readln(a);
  s:= 2 * PI * sqr(r) + 2 * PI * r * v;
  v:= PI * sqr(r) * a;
  writeln('Objem: ', s, ' povrch: ', v);
end.
```

3. Kolik je celých čísel v intervalu $\langle 255,875 \rangle$, které se skládají pouze z číslic 0, 2, 3, 6, 7, 8, 9? Číslice se v čísle mohou opakovat.

Řešení:

Čísla začínající číslicí 2: na druhé pozici může být některá ze čtyř číslic 6, 7, 8, 9, na třetí pozici může být kterákoliv z uvedených sedmi číslic.

$$1 \cdot 4 \cdot 7 = 28$$

Čísla začínající číslicemi 3, 6, 7: pro první pozici máme tři možnosti, pro další dvě pozice vypočteme variace s opakováním:

$$3 \cdot V_2(7) = 3 \cdot 7^2 = 147$$

Čísla začínající číslicí 8: pro první pozici máme jen jednu možnost, na druhé může být některá z číslic 0, 2, 3, 6 a pak na třetí cokoliv z uvedených, pokud je ale na druhé pozici číslice 7, může být na třetí jen některá z číslic 0, 2, 3.

$$1*4*7+1*1*3 = 28+3 = 31$$

Celkem je $28+147+31 = 206$ celých čísel vyhovujících zadání.

4. Softwarová firma Hračička a spol. soustřeďující se na programování her má tři divize (Techničáři, Fantasti, Kovbojové). Mezi divizemi dochází k přesunům zaměstnanců podle toho, jak je nutné urychlit projekty, na kterých příslušná divize pracuje. Začátkem roku 2006 se uskutečnily tyto personální změny:

- V lednu z divize Fantasti přešlo do divize Techničáři sedm programátorů a z divize Kovbojové k Techničářům další tři.
- V únoru se stěhovalo osm Techničářů k Fantastům a Kovbojové přijali dva nové zaměstnance.
- V březnu se polovina všech Fantastů přesunula k Techničářům.
- V dubnu se dvanáct programátorů vrátilo od Techničářů k Fantastům a Kovbojové opět přijali nové zaměstnance, tentokrát pět.

Po těchto změnách bylo v oddělení Kovbojů 30 zaměstnanců, Techničářů bylo o 4 více než Kovbojů (po změnách!) a Fantastů o jednoho více než Kovbojů.

Kolik bylo původně (na začátku roku) v jednotlivých odděleních zaměstnanců?

Nápověda: vytvořte si tabulku, kde do každého řádku budete zaznamenávat počty programátorů v odděleních v jednotlivých měsících.

Řešení:

Budeme tvořit tabulku:

	Techničáři	Fantasti	Kobojové
původně	a	b	c
leden	$a+7+3 = a+10$	$b-7$	$c-3$
únor	$a+10-8 = a+2$	$b-7+8 = b+1$	$c-3+2 = c-1$
březen	$a+2+(b+1)/2$	$(b+1)/2$	$c-1$
duben	$a+2+(b+1)/2-12$	$(b+1)/2+12$	$c-1+5=c+4$

$$c+4=30, \text{ proto } c=26$$

$$(b+1)/2+12=26+4+1, \text{ proto } b=37$$

$$a+2+(b+1)/2-12=26+4+4, \text{ proto } a=25$$

Odpověď: Původně bylo v oddělení Techničářů 25 zaměstnanců, v oddělení Fantastů 37 zaměstnanců a v oddělení Kovbojů 26 zaměstnanců.

5. Negujte výrok: „Každé ráno se opařím čajem.“

Řešení:

„Alespoň jedno ráno se neopařím čajem.“

6. Ověřte správnost úsudku (zda závěr vyplývá z předpokladů):

Předpoklad: Když přišel domů, osprchoval se.

Předpoklad: Neosprchoval se.

Závěr: Nepřišel domů.

Řešení:

Když přišel domů, osprchoval se. Neosprchoval se. \models Nepřišel domů.

$p \rightarrow s, \neg s \models \neg p$

p	s	$p \rightarrow s$	$\neg s$		$\neg p$
0	0	1	1	*	1
0	1	1	0	-	1
1	0	0	1	-	0
1	1	1	0	-	0

Formule je logickým důsledkem předpokladů. Platí, pro každý řádek, kde je množina předpokladů splněna, tak je i závěr 1.

IDENTIFIKAČNÍ ČÍSLO:

Př. č.	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Body
Body										

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA A

1) V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$3^{2x+1} + 2^{2x+1} - 5 \cdot 6^x = 0.$$

2) Určete druh kuželosečky K , její střed (vrchol) a velikost poloos (poloměr, parametr), jestliže

$$K : x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0.$$

3) Určete vzájemnou polohu přímky p a roviny ρ :

$$p : x = 1 + t, y = 2 - t, z = t,$$

$$\rho : 3x + 2y - 4z + 5 = 0.$$

Protínají-li se, určete jejich průsečík.

4) Určete počet všech pěticiferných přirozených čísel, jež lze sestavit z čísel 5 a 7, má-li v každém z nich být číslice 5 právě třikrát.

5) Určete definiční obor, obor hodnot a načrtněte graf funkce

$$f(x) = \cos(2x + \pi) + 1.$$

6) Matematickou indukcí dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

7) V oboru reálných čísel vyřešte nerovnici

$$|x + 3| - |x - 2| > 0.$$

8) Na číselné ose vyznačíme třetí mocniny všech přirozených čísel, tj. čísla $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, \dots$. Kolik z nich leží mezi čísly 2^{21} a 4^{12} ?

IDENTIFIKAČNÍ ČÍSLO:

Př. č.	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Body
Body										

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA B

1) V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$(x + 5)(2x + 2) + (3x + 1)(x + 2) = 5x^2 + 12.$$

2) Určete druh kuželosečky K , její střed (vrchol) a velikost poloos (poloměr, parametr), jestliže

$$K : 4x^2 - y^2 + 8x + 2y - 1 = 0.$$

3) Napište obecnou rovnici přímky v prostoru, která prochází bodem $A = [1, 0, -2]$ a je rovnoběžná s přímkou p vyjádřenou parametricky

$$\begin{aligned}x &= 2 - t, \\y &= -1 + 2t, \\z &= -3t.\end{aligned}$$

4) V sérii 12 výrobků jsou právě 3 vadné. Kolika způsoby z nich lze vybrat 6 výrobků, z nichž právě 2 jsou vadné?

5) Určete definiční obor, obor hodnot a načrtněte graf funkce

$$f(x) = \ln(x + 1).$$

6) Matematickou indukcí dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

7) V oboru reálných čísel vyřešte nerovnici

$$\frac{|x + 1|}{x - 2} > 0.$$

8) Rozměry kvádrů tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti, jejichž součet je 24 cm. Vypočítejte povrch kvádrů, jestliže jeho objem je 312 cm^3 .

IDENTIFIKAČNÍ ČÍSLO:

Př. č.	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Body
Body										

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA C

1) V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$(\log_3 x)^2 - 3 \log_3 x - 10 = 0.$$

2) Určete druh kuželosečky K , její střed (vrchol) a velikost poloos (poloměr, parametr), jestliže

$$K : 9x^2 + 25y^2 - 126x + 300y + 1116 = 0.$$

3) Určete vzájemnou polohu přímky p a roviny ρ :

$$\begin{aligned} p : \quad x = 2 - t, \quad y = 2 + 2t, \quad z = 3 + 2t, \\ \rho : \quad 2x - y + 2z - 8 = 0. \end{aligned}$$

Protínají-li se, určete jejich průsečík.

4) Určete počet způsobů, jimiž lze přemístit písmena slova PRAHA.

5) Určete definiční obor, obor hodnot a načrtněte graf funkce

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}.$$

6) Matematickou indukcí dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}.$$

7) V oboru reálných čísel vyřešte nerovnici

$$x^2 + x + 1 \geq 6x - 5.$$

8) Mezi čísla $a_1 = 3$ a $a_n = -9$ vložte tolik členů aritmetické posloupnosti, aby jejich součet byl $s_n = -33$. Určete číslo n a diferenci d .

IDENTIFIKAČNÍ ČÍSLO:

Př. č.	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Body
Body										

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA D

1) V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\tan\left(-x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}.$$

2) Určete druh kuželosečky K , její střed (vrchol) a velikost poloos (poloměr, parametr), jestliže

$$K : 4x^2 + 9y^2 + 8x - 54y + 49 = 0.$$

3) Napište parametrické rovnice průsečnice rovin daných rovnicemi

$$x + 2y + 3z - 5 = 0,$$

$$2x - y + 5z - 8 = 0.$$

4) Určete počet kvádrů, jejichž velikosti hran jsou přirozená čísla menší než 11.

5) Určete definiční obor, obor hodnot a načrtněte graf funkce

$$f(x) = 2^{x+1}.$$

6) Matematickou indukcí dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí

$$\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \cdots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}.$$

7) V oboru reálných čísel vyřešte nerovnici

$$\frac{x-3}{x-2} > 2.$$

8) Mezi kořeny kvadratické rovnice $2x^2 + 9x + 4 = 0$ vložte dvě čísla tak, aby spolu s těmito kořeny vznikly čtyři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Napište tato vložená čísla.

IDENTIFIKAČNÍ ČÍSLO:

Př. č.	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Body
Body										

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA E

1) V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{2x}{x-3} = \frac{72}{4x^2 - 36}.$$

2) Určete druh kuželosečky K , její střed (vrchol) a velikost poloos (poloměr, parametr), jestliže

$$K : y^2 - 4y - 4x = 0.$$

3) Určete vzájemnou polohu přímk p a q :

$$\begin{aligned} p : x &= 1 - 3t, y = 2t, z = 2 + t, \\ q : x &= -1 + 2u, y = 1 - u, z = 3u. \end{aligned}$$

Protínají-li se, určete jejich průsečík.

4) Kolik přirozených dvouciferných čísel větších než 14 lze vytvořit z číslic 0, 1, 2, 3, 5, jestliže se žádná číslice neopakuje?

5) Určete definiční obor, obor hodnot a načrtněte graf funkce

$$f(x) = \sqrt{x+1}.$$

6) Matematickou indukcí dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}.$$

7) V oboru reálných čísel vyřešte nerovnici

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1} \geq 0.$$

8) Přičteme-li k číslům $x = -1$, $y = 11$ a $z = 95$ stejné číslo, dostaneme první tři členy geometrické posloupnosti. Určete kvocient této posloupnosti.

IDENTIFIKAČNÍ ČÍSLO:

Př. č.	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Body
Body										

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA F

1) V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0.$$

2) Určete druh kuželosečky K , její střed (vrchol) a velikost poloos (poloměr, parametr), jestliže

$$K : 4x^2 - y^2 + 2y - 17 = 0.$$

3) Určete vzájemnou polohu přímky p a roviny ρ :

$$\begin{aligned} p : \quad x &= 2 + t, \quad y = 3 + 5t, \quad z = 2 + 3t, \\ \rho : \quad x - 2y + 3z - 4 &= 0. \end{aligned}$$

Protínají-li se, určete jejich průsečík.

4) Kolik pětimístních telefonních čísel lze sestavit tak, aby se v žádném čísle žádná číslice nevyskytovala dvakrát? (Telefonní čísla ovšem mohou začínat nulou.)

5) Určete definiční obor, obor hodnot a načrtněte graf funkce

$$f(x) = -x^2 + x + 1.$$

6) Matematickou indukcí dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3n+1} \right).$$

7) V oboru reálných čísel vyřešte nerovnici

$$|x - 3| \geq |x - 2| + |x + 1|.$$

8) Délky hran kváдру tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti s kvocientem větším než 1. Jaké jsou jejich délky, je-li jejich součet 14 cm a nejdelší hrana je dlouhá 8 cm?

IDENTIFIKAČNÍ ČÍSLO:

Př. č.	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Body
Body										

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA G

1) V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$1 - \sqrt{2x + 2} = \sqrt{2x - 5}.$$

2) Určete druh kuželosečky K , její střed (vrchol) a velikost poloos (poloměr, parametr), jestliže

$$K : x^2 - y^2 - 4x - 6y - 14 = 0.$$

3) Určete c v rovnici přímky $2x + y + c = 0$ tak, aby se tato přímka a přímky o rovnicích $3x + 4y + 1 = 0$ a $x - y - 2 = 0$ protínaly v jednom bodě.

4) Ve věcné loterii je 5 výher. Losů je 12. Kolika způsoby je možno zakoupit 5 losů, aby právě dva vyhrály?

5) Určete definiční obor, obor hodnot a načrtněte graf funkce

$$f(x) = (x + 1)|x + 1| + 2.$$

6) Matematickou indukcí dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí

$$1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}.$$

7) V oboru reálných čísel vyřešte nerovnici

$$\frac{x + 5}{x - 3} \leq 0.$$

8) Součet čtyř po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti je 80. Určete je, jestliže víte, že poslední člen je devětkrát větší než druhý člen. Napište všechna řešení.

IDENTIFIKAČNÍ ČÍSLO:

Př. č.	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Body
Body										

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA H

1) V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$|2x - 1| + |x - 2| = 1.$$

2) Určete druh kuželosečky K , její střed (vrchol) a velikost poloos (poloměr, parametr), jestliže

$$K : y^2 + 6x - 18 = 0.$$

3) Spočítejte vzdálenost bodu $A = [4, 3]$ od přímky p dané parametrickými rovnicemi $x = 1 - t, y = 2 + t, t \in \mathbb{R}$.

4) Kufřík má heslový zámek, který se otevře, když na každém z pěti kotoučů nastavíme správnou číslici. Těchto číslic je na každém kotouči 9. Určete maximální počet pokusů, které je nutno provést, chceme-li kufřík otevřít a zapomněli jsme heslo.

5) Určete definiční obor, obor hodnot a načrtněte graf funkce

$$f(x) = |x + 1| - |x - 2|.$$

6) Matematickou indukcí dokažte, že pro každé přirozené číslo $n > 1$ platí

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}.$$

7) V oboru reálných čísel vyřešte nerovnici

$$\frac{x+2}{x-1} \leq 2x.$$

8) Pro rostoucí aritmetickou posloupnost (a_n) platí

$$a_1 \cdot a_4 = -\frac{1}{2} \quad \frac{a_2}{a_5} = 0.$$

Vypočítejte a_1 a diferenci d .

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA A - ŘEŠENÍ

- 1) Substitute: $\left(\frac{3}{2}\right)^x = y$
Řešení rovnice: $K = \{0, -1\}$.
- 2) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$
Kružnice se středem v bodě $[2, 1]$ a poloměrem 5.
- 3) Přímka protíná rovinu v bodě $[5, -2, 4]$.
- 4) $P'(3, 2) = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{120}{6 \cdot 2} = 10$.
- 5) $D(f) = \mathbb{R}, H(f) = [0, 2]$.
Základem je graf funkce cosinus.
Perioda se zmenší z 2π na π , graf se posune o $\frac{\pi}{2}$ doleva a o jedničku nahoru.
- 6) Ukážeme, že rovnost platí pro $n = 1$.
Použijeme indukční předpoklad pro $n = k$
- $$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2},$$
- dokazujeme rovnost pro $n = k + 1$. Dostaneme
- $$\frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$
- 7) Řešíme zvlášť na intervalech $(-\infty, -3), [-3, 2], (2, \infty)$.
Rovnost platí pro $x \in (-\frac{1}{2}, \infty)$.
- 8) $2^{21} = (2^7)^3 = 128^3$,
 $4^{12} = (4^4)^3 = 256^3$.
Mezi nimi leží $256 - 128 - 1 = 127$ čísel.

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA B - ŘEŠENÍ

1) Řešení rovnice: $K = \{0\}$.

2) $(x + 1)^2 - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

Hyperbola se středem v bodě $[-1, 1]$, $a = 1$, $b = 2$.

3) Parametrické vyjádření: $x = 1 - t$, $y = 2t$, $z = -2 - 3t$.

Obecná rovnice: $x - y - z - 3 = 0$.

4) $K(2, 3) \cdot K(4, 9) = \binom{3}{2} \cdot \binom{9}{4} = 3 \cdot 126 = 378$.

5) $D(f) = (-1, \infty)$, $H(f) = \mathbb{R}$.

Graf funkce $\ln x$ posunutý o jedničku doleva.

6) Ukážeme, že rovnost platí pro $n = 1$.

Použijeme indukční předpoklad pro $n = k$

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2} \right)^2,$$

dokazujeme rovnost pro $n = k + 1$. Dostaneme

$$\left(\frac{k(k+1)}{2} \right)^2 + (k+1)^3 = \left(\frac{(k+1)(k+2)}{2} \right)^2.$$

7) Čitatel je vždy kladný. Řešíme $x - 2 > 0$. Platí pro $x \in (2, \infty)$.

8) Délky stran kváдру jsou $a - d$, a , $a + d$, přičemž platí

$$a - d + a + a + d = 24,$$

$$(a - d) \cdot a \cdot (a + d) = 312.$$

Řešením je $a_1 = 3$, $a_2 = 8$ a $a_3 = 13$ (nebo $a_1 = 13$, $a_2 = 8$ a $a_3 = 3$).

Povrch kváдру je

$$S = 2 \cdot (3 \cdot 8 + 8 \cdot 11 + 3 \cdot 11) = 334 \text{ cm}^2.$$

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA C - ŘEŠENÍ

1) Substitute: $\log_3 x = y$

Řešení rovnice: $K = \{243, \frac{1}{9}\}$.

2) $\frac{(x-7)^2}{25} + \frac{(y+6)^2}{9} = 1$

Elipsa se středem v bobě $[7, -6]$, $a = 5$, $b = 3$.

3) Přímka p leží v rovině ρ .

4) $P'(2, 1, 1, 1) = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$.

5) Upravíme na

$$f(x) = 1 + \frac{2}{x-1}.$$

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{1\}, H(f) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Grafem je graf funkce $\frac{1}{x}$ (hyperbola v 1. a 3. kvadrantu), jehož všechny hodnoty se zdvojnásobí a celý se pak posune o jedničku doprava a o jedničku nahoru.

6) Ukážeme, že rovnost platí pro $n = 1$.

Použijeme indukční předpoklad pro $n = k$

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k \cdot (k+1) \cdot (k+2)} = \frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)},$$

dokazujeme rovnost pro $n = k + 1$. Dostaneme

$$\frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1) \cdot (k+2) \cdot (k+3)} = \frac{(k+1)(k+4)}{4(k+2)(k+3)}.$$

7) Upravíme na $(x-2)(x-3) \geq 0$.

$$(x-2 \geq 0 \wedge x-3 \geq 0) \vee (x-2 \leq 0 \wedge x-3 \leq 0)$$

Platí pro $x \in (-\infty, 2] \cup [3, \infty)$.

8) Pro aritmetickou posloupnost platí $a_n = a_1 + (n-1)d$ a $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

Dostaneme soustavu rovnic

$$-9 = 3 + (n-1)d,$$

$$-33 = \frac{n}{2}(3-9),$$

jejímž řešením je $d = -\frac{6}{5}$ a $n = 11$. Vložených členů je 9.

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA D - ŘEŠENÍ

1) Substitute: $-x + \frac{\pi}{6} = y$

Řešení rovnice: $K = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$.

2) $\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$

Elipsa se středem v bobě $[-1, 3]$, $a = 3$, $b = 2$.

3) $x = -1 + 13t$, $y = t$, $z = 2 - 5t$, $t \in \mathbb{R}$.

4) $K'(3, 10) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{3! \cdot 9!} = 220$.

5) $f(x) = 2 \cdot 2^x$.

$D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = (0, \infty)$.

Graf funkce 2^x , jehož všechny hodnoty se dvakrát zvětší.

6) Ukážeme, že rovnost paltí pro $n = 1$.

Použijeme indukční předpoklad pro $n = k$

$$\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4k-3) \cdot (4k+1)} = \frac{k}{4k+1},$$

dokazujeme rovnost pro $n = k + 1$. Dostaneme

$$\frac{k}{4k+1} + \frac{1}{(4(k+1)-3) \cdot (4(k+1)+1)} = \frac{k+1}{4(k+1)+1}.$$

7) Upravíme na

$$\frac{1-x}{x-2} > 0$$

$$(1-x > 0 \wedge x-2 > 0) \vee (1-x < 0 \wedge x-2 < 0).$$

Platí pro $x \in (1, 2)$.

8) Kořeny této rovnice jsou $-\frac{1}{2}$ a -4 . Označme

$$a_1 = -\frac{1}{2},$$

$$a_2 = a_1 \cdot q = -\frac{1}{2} \cdot q,$$

$$a_3 = a_2 \cdot q = -\frac{1}{2} \cdot q^2,$$

$$a_4 = a_3 \cdot q = -\frac{1}{2} \cdot q^3 = -4.$$

Tedy $q = 2$ a vložená čísla jsou $a_2 = -1$, $a_3 = -2$.

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA E - ŘEŠENÍ

1) Řešení rovnice: $K = \{-\frac{3}{2}\}$.

2) $(y - 2)^2 = 4(x + 1)$

Parabola s vrcholem v bodě $[-1, 2]$, parametrem $p = 2$ (je otevřená doprava).

3) Přímky p, q jsou mimoběžné.

4) $3 \cdot 4 + 1 = 13$.

5) $D(f) = [-1, \infty), H(f) = [0, \infty)$

Grafem je graf funkce \sqrt{x} posunutý o jedničku doleva.

6) Ukážeme, že rovnost platí pro $n = 1$.

Použijeme indukční předpoklad pro $n = k$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^k} = 2 - \frac{1}{2^k},$$

dokazujeme rovnost pro $n = k + 1$. Dostaneme

$$2 - \frac{1}{2^k} + \frac{1}{2^{k+1}} = 2 - \frac{1}{2^{k+1}}.$$

7) Upravíme na

$$\frac{(x - 1)^2}{x + 1} \geq 0.$$

Čitatel je vždy kladný. Řešíme $x + 1 > 0$. Platí pro $x \in (-1, \infty)$.

8) Neznámé číslo označme a . Potom $a_1 = -1 + a, a_2 = 11 + a, a_3 = 95 + a$.

K určení kvocientu nám stačí vypočítat rovnici

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}.$$

Tedy

$$\frac{11 + a}{-1 + a} = \frac{95 + a}{11 + a}$$

Řešením je $a = 3$. Celkově dostáváme $q = 7$.

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA F - ŘEŠENÍ

1) Substitute: $x^2 = y$

Řešení rovnice: $K = \{1, -1, 3, -3\}$

2) $\frac{x^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

Hyperbola se středem v bodě $[0, 1]$, $a = 2$, $b = 4$.

3) Přímka p je rovnoběžná s rovinou ρ .

4) $V(5, 10) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30240$.

5) $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = (-\infty, \frac{5}{4}]$.

Grafem je záporně orientovaná parabola se středem v bodě $[\frac{1}{2}, \frac{5}{4}]$.

6) Ukážeme, že rovnost platí pro $n = 1$.

Použijeme indukční předpoklad pro $n = k$

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3k-2) \cdot (3k+1)} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3k+1}\right),$$

dokazujeme rovnost pro $n = k + 1$. Dostaneme

$$\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3k+1}\right) + \frac{1}{(3(k+1)-2) \cdot (3(k+1)+1)} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3(k+1)+1}\right).$$

7) Řešíme zvlášť na intervalech $(-\infty, -1)$, $[-1, 2)$, $[2, 3)$, $[3, \infty)$.

Platí pro $x \in [-2, 0]$.

8) Platí

$$a + aq + aq^2 = 14,$$

$$aq^2 = 8.$$

Řešením jsou čísla $q_1 = 2$ a $q_2 = -\frac{2}{3}$.

Protože kvocient je větší než 1, musí být $q = 2$.

Tedy délky hran jsou 2, 4 a 8 cm.

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA G - ŘEŠENÍ

1) Nutná zkouška: $x = 7$

$$L = 1 - \sqrt{14 + 2} = -6$$

$$P = \sqrt{14 - 5} = 3 \quad \implies \text{rovnice nemá řešení.}$$

$$2) \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$$

Hyperbola se středem v bobě $[2, -3]$, $a = 3$, $b = 3$.

$$3) c = -1.$$

$$4) K(2, 5) \cdot K(3, 9) = \binom{5}{2} \cdot \binom{9}{3} = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 7 = 1680.$$

$$5) D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \mathbb{R}$$

Grafem jsou části dvou parabol se středem v bodě $[-1, 3]$.

Na intervalu $(-\infty, -1)$ je záporně orientovaná a na intervalu $[-1, \infty)$ kladně.

6) Použijeme indukční předpoklad pro $n = k$

$$1 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6},$$

dokazujeme rovnost pro $n = k + 1$. Dostaneme

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2(k+1)+1)}{6}.$$

$$7) (x+5 \geq 0 \wedge x-3 < 0) \vee (x+5 \leq 0 \wedge x-3 < 0)$$

Platí pro $x \in (-\infty, 3)$.

8) Víme, že

$$a + aq + aq^2 + aq^3 = 80$$

$$9aq = aq^3.$$

Z druhé rovnice ihned plyne, že $q_1 = 3$ a $q_2 = -3$.

Pro $q_1 = 3$ dostáváme posloupnost 2, 6, 18, 54.

Pro $q = -3$ dostaneme -4, 12, -36, 108.

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ČERVEN 2007

VARIANTA H - ŘEŠENÍ

1) Rovnice nemá řešení.

2) $y^2 = -6(x - 3)$

Parabola s vrcholem v bodě $[3, 0]$, parametrem $p = 3$ (je otevřená doleva).

3) Obecná rovnice přímky $p: x + y - 3 = 0$

Vzdálenost: $v(A, p) = \frac{4+3-3}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2\sqrt{2}$.

4) $V'(5, 9) = 9^5 = 59059$.

5) $D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \mathbb{R}$.

Grafem je funkce

$y = -3$ na intervalu $(-\infty, -1)$,

$y = 2x - 1$ na $[-1, 2]$,

$y = 3$ na $(2, \infty)$.

6) Ukážeme, že rovnost platí pro $n = 2$.

Použijeme indukční předpoklad pro $n = k$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} \dots + \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{k+2}{2^k},$$

dokazujeme rovnost pro $n = k + 1$. Dostaneme

$$2 - \frac{k+2}{2^k} + \frac{k+1}{2^{k+1}} = 2 - \frac{k+3}{2^{k+1}}.$$

7) Upravíme na

$$\frac{4-x}{x+1} \leq 0$$

$$(4-x \leq 0 \wedge x-1 > 0) \vee (4-x \geq 0 \wedge x-1 < 0).$$

Platí pro $x \in (-\infty, 1) \cup [4, \infty)$.

8) Z druhé rovnice dostaneme $a_2 = 0$.

Protože $a_2 = a_1 + d = 0$, pak $a_1 = -d$.

První rovnici upravíme na

$$a_1 \cdot (a_1 + 3d) = -\frac{1}{2}.$$

$$d^2 - 3d^2 = -\frac{1}{2}.$$

Protože se jedná o rostoucí posloupnost, musí být $d = \frac{1}{2}$ a tedy $a_1 = -\frac{1}{2}$.

IDENTIFIKAČNÍ ČÍSLO:

Př. č.	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Body
Body										

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ZÁŘÍ 2007

VARIANTA I

1) V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\sqrt{7 - \sqrt{x - 3}} = 2.$$

2) Určete druh kuželosečky K , její střed (vrchol) a velikost poloos (poloměr, parametr), jestliže

$$K : 4x^2 + 4y^2 - 24x - 32y + 51 = 0.$$

3) Určete vzájemnou polohu rovin ρ a σ :

$$\sigma : x - 4y + 8z - 11 = 0$$

$$\rho : x - 4y + 8z + 7 = 0.$$

Protínají-li se, určete jejich průsečík.

4) Kolika způsoby lze rozdělit 7 zaměstnanců do 3 různých místností tak, aby v první místnosti byli 4 pracovníci, ve druhé byl jeden pracovník a ve třetí byli 2 pracovníci?

5) Určete definiční obor, obor hodnot a načrtněte graf funkce

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

6) Matematickou indukcí dokažte, že pro každé přirozené číslo n platí

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}.$$

7) V oboru reálných čísel vyřešte nerovnici

$$2x - |3x + 6| \leq \frac{8 + 2x}{3}.$$

8) Délky hran kváдру tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti s kvocientem větším než 1. Jaké jsou jejich délky, je-li jejich součet 14 cm a nejdelší hrana je dlouhá 8 cm.

PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY ZÁŘÍ 2007

VARIANTA I - ŘEŠENÍ

1) Řešení rovnice: $K = \{12\}$.

2) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = \frac{49}{4}$

Kružnice se středem v bodě $[3, 4]$ a poloměrem $\frac{7}{2}$.

3) Roviny jsou rovnoběžné, různé.

4) $P'(4, 1, 2) = \frac{7!}{4! \cdot 2! \cdot 1!} = 105$.

5) $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = [-4, \infty]$. Grafem funkce je parabola s vrcholem v bodě $[-4, 3]$.

6) Pro $n = 1$: $L = \frac{1}{2}$, $P = 2 - \frac{1+2}{2^1} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$.

Předpokládejme, že platí pro n , dokážeme pro $n + 1$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} + \frac{n+1}{2^{n+1}} &= 2 - \frac{n+2}{2^n} + \frac{n+1}{2^{n+1}} = \\ &= 2 + \frac{-2(n+2) + n+1}{2^{n+1}} = 2 + \frac{-n-3}{2^{n+1}} = 2 - \frac{(n+1)+2}{2^{n+1}}. \end{aligned}$$

7) Řešíme zvlášť na intervalech $(-\infty, -2)$, $[-2, \infty)$.

Nerovnost platí pro každé $x \in \mathbb{R}$.

8) Ze zadání dostáváme rovnice

$$a + aq + aq^2 = 14,$$

$$aq^2 = 8.$$

Vyjádřím-li si z druhé rovnice a a dosadím jej do první rovnice, dostanu

$$\frac{8}{q^2}(1 + q + q^2) = 14.$$

Řešením této rovnice jsou čísla 2 a $-\frac{2}{3}$. Protože kvocient je větší než 1, $q = 2$. Tedy délky hran jsou 2, 4 a 8 cm.