POŽADAVKY K SOUBORNÉ ZKOUŠCE Z MATEMATIKY

Magisterský studijní program M1101 Matematika
(studijní obory – Matematická analýza, Geometrie)

---

1. **Množiny a zobrazení, binární relace** (operace s množinami, vzor, obraz, subjektivní, injektivní, bijektivní zobrazení, ekvivalence, uspořádání).
2. **Matice a determinanty** (operace s maticemi, vlastnosti determinantů, hodnost matice a její užití, vlastní hodnoty matice, Jordanův normální tvar čtvercové matice, příklady).
3. **Vektorové prostory, lineární zobrazení** (lineární závislost, báze, podprostory, vyjádření lineárního zobrazení v bázi, matice přechodu, příklady vektorových prostorů a lineárních zobrazení).
4. **Skalární součin a norma** (bilineární a kvadratické formy, vektorové prostory s normou a se skalárním součinem, příklady takových prostorů, ortonormální systémy funkcí, trigonometrické ortonormální systémy).
5. **Diagonalizace lineárního operátoru na konečněrozměrném vektorovém prostoru** (vlastní hodnoty, první a druhý – Jordanův - rozklad lineárního operátoru, ortogonální a symetrické operátory na reálném vektorovém prostoru se skalárním součinem a jejich diagonalizace, věta o hlavních osách, spektrální teorém, kanonický tvar kvadratické formy).
6. **Lineární algebraické rovnice** (homogenní a nehomogenní systémy, metody řešení).
7. **Polynomy** (hlavní věta algebry, metody hledání kořenů).
8. **Multilineární zobrazení a tenzory** (kontravariantní a kovariantní tenzory, tenzorový součin).
9. **Základní algebraické struktury** (grupy, okruhy, pole, vektorové prostory, příklady jednotlivých struktur).
10. **Základní topologické pojmy** (otevřené množiny, vnitřek, vnějšek, hranice, uzávěr, spojitost a limita zobrazení, kompaktnost, souvislost, metrická topologie, topologie eukleidovského prostoru, příklady topologických prostorů, spojitých a nespojitých zobrazení).
11. **Systém reálných čísel** (algebraické a topologické vlastnosti).
12. **Posloupnosti a řady** (posloupnosti a řady reálných čísel, absolutně a neabsolutně konvergentní řady, posloupnosti a řady funkcí, bodová a stejnoměrná konvergence, mocninné řady, Taylorova řada, Fourierovy řady, aplikace na řešení diferenciálních rovnic).
13. **Funkce jedné a několika reálných proměnných** (spojitost a limita, základní věty o spojitosti, příklady spojitých a nespojitých funkcí).
14. **Derivace funkce jedné a několika reálných proměnných, parciální a směrové derivace** (základní vlastnosti derivace, základní věty o derivacích).
15. **Derivace vyšších řádů, Taylorův polynom** (Taylorova věta pro funkce jedné nebo několika proměnných, aplikace).
16. **Derivace zobrazení eukleidovských prostorů** (základní vlastnosti derivace, věta o složeném zobrazení, o inverzní funkci, o implicitní funkci).

17. **Průběh funkcí** (vyšetřování průběhu funkcí jedné proměnné, extrémy funkcí jedné nebo několika proměnných, vázané extrémy).
18. **Integrál funkcí jedné nebo několika proměnných** (hlavní věty o integrálu, aplikace integrálu v geometrii a ve fyzice, nevlastní integrál).
19. **Výpočet integrálu** (vztah mezi integrálem a primitivní funkcí, Fubiniova věta, věta o substituci).
20. **Obyčejné diferenciální rovnice** (věty o existenci a jednoznačnosti řešení, metoda postupných aproximací, elementární metody řešení).
21. **Soustavy lineárních diferenciálních rovnic 1. řádu** (vlastnosti řešení, variace konstant, elementární metody řešení soustav s konstantními koeficienty, aplikace na lineární rovnici vyššího řádu).
22. **Základní typy parciálních diferenciálních rovnic** (rovnice pro vedení tepla, vlnové rovnice, počáteční a okrajové podmínky, separace proměnných, Fourierova metoda, příklady).
23. **Integrování forem, křivkový a plošný integrál, Stokesova věta.**
24. **Hladké variety** (eukleidovský prostor, podvarieta v eukleidovském prostoru, parametrizace, regulární parametrizace, reparametrizace).
25. **Pole na varietách** (vektorová pole v eukleidovském prostoru, vektorová pole na podvarietách, závorka vektorových polí, formy na podvarietách).
26. **Tečné prostory** (tečný prostor k podvarietě, nadplocha a její normála, první a druhá fundamentální forma, Levi-Civitova konexe, Gauss-Weingartenovy rovnice).
27. **Křivky a plochy v trojrozměrném euklidovském prostoru** (křivka, Frenetův repér, křivost a torze křivky, plocha, křivosti plochy).
28. **Diferenciální formy** (algebra diferenciálních forem na varietě, věta o lokální exaktnosti uzavřené diferenciální formy).

Literatura:

G. Birkhoff, T.O. Bartee: Aplikovaná algebra, Alfa Bratislava 1981.
D.K. Fadejev, I.S. Sominskij: Algebra, Fizmatgiz Moskva 1980.
M. Marvan: Algebra I, II, pomocné učební texty MÚ SU Opava 1999.
V. Jarník: Diferenciální počet I, II, ČSAV Praha 1963.
V. Jarník: Integrální počet I, II, ČSAV Praha 1963.
W. Rudin: Analýza v reálném a komplexním oboru, Academia Praha 1987.
A. Mattuck: Introduction to Analysis, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1999.
M. Spivak: Matematičeskij analiz na mnogoobrazijach, Mir Moskva 1968.
J. Kurzweil: Obyčejné diferenciální rovnice, SNTL Praha 1978.
M. Greguš, M Švec, V. Šeda: Obyčajné diferenciálne rovnice, Alfa-SNTL Bratislava-Praha 1985.
I.G. Petrovskij: Lekcii ob uravnenijach s častnymi proizvodnymi, Mir Moskva 1961.
D. Krupka: Úvod do analýzy na varietách, SPN Praha 1986.
B. Budinský: Analytická a diferenciální geometrie, SNTL Praha 1983.
L. Klapka: Geometrie, učební text MÚ SU Opava 1999.