# POŽADAVKY KE STÁTNÍM ZÁVĚREČNÝM ZKOUŠKÁM

---

## Navazující magisterský studijní program N1101 Matematika
**(studijní obor – Geometrie a globální analýza)**

---

### 1. Algebra a algebraická topologie

**Algebra**

- **Multilineární algebra** (vektorový prostor, duální prostor, tenzory na vektorovém prostoru, indukované báze v prostorech tenzorů, příklady tenzorů, operace s tenzory).
- **Komutativní algebra** (okruhy, ideály, základy teorie dělitelnosti, pole, algebraická rozšíření polí).
- **Lieovy algebry** (definice, homomorfismy, ideály, maticové algebry, reprezentace).

**Literatura:**

D. Krupka, J. Musilová: Lineární a multilineární algebra, SPN Praha, 1989.
J. Blažek, M. Koman, B. Vojtášková: Algebra a teoretická aritmetika II, SPN Praha, 1985.
K. Erdmann, M. Wildon: Introduction to Lie Algebras, Springer, 2006.

**Algebraická topologie**

- **Homotopie** (homotopie spojitých zobrazení, stažitelnost, fundamentání grupa).
- **Nakrytí** (definice, základní věty, univerzální nakrytí).
- **Homologie** (základní princip algebraické topologie, singulární homologie a kohomologie, základní věty).
- **CW-komplexy** (homologické grupy sfér, stupeň zobrazení, CW-komplexy, celulární homologie).

**Literatura:**

C. Kosniowski: A First Course in Algebraic Topology, Cambridge University Press, 1980.

J. W. Vick: Homology Theory. An Introduction to Algebraic Topology, Academic Press, New York, 1973.

### 2. Diferenciální geometrie

- **Hladké variety** (souřadnicové systémy, atlasy, tečný prostor k varietě, příklady variet).
- **Vektorová pole** (definice a vlastnosti, Lieova závorka vektorových polí, Frobeniova věta, tečné zobrazení).
- **Tenzorová pole** (definice a vlastnosti, algebraické operace s tenzorovými poli, Lieova derivace).
- **Diferenciální formy** (definice a vlastnosti, vnější součin, vnější diferenciál a Lieova derivace, pullback, orientovatelnost variet, integrál formy, Stokesova věta).
- **Afinní konexe** (definice, torze a křivost, paralelní přenos vektorů, geodetiky, kovariantní derivace tenzorových polí).
- **Variety s metrickým polem** (Riemannovy a pseudo-Riemannovy variety, Levi-Civitova konexe, Riemannova křivost, Ricciho tenzor, skalární křivost, izometrie a Killingova

rovnice).
- **Lieovy grupy** (definice, Lieova algebra Lieovy grupy, maticové Lieovy grupy).
- **Nadplochy v Eukleidovském prostoru** (první a druhá fundamentální forma, Gaussovy–Weingartenovy rovnice, Gaussovy–Mainardiho–Codazziho rovnice, Bonnetův teorém).
- **Křivost** (normální řezy nadplochy, hlavní křivosti, hlavní souřadnice, střední a Gaussova křivost, minimální plochy, fokální nadplochy).
- **Komplexní variety** (komplexní struktura, komplexní diferenciální formy, holomorfní formy, Kählerova varieta).

**Literatura:**

J. M. Lee: Introduction to Smooth Manifolds, Springer-Verlag, New York, 2003.
O. Kowalski: Úvod do Riemanovy geometrie, Univerzita Karlova, Praha, 1995.
C. Isham: Modern Differential Geometry for Physicists, World Scientific, Singapore, 1999.
R. L. Bishop, S. I. Goldberg: Tensor Analysis on Manifolds, Dover New York, 1980.
M. Spivak: Calculus on Manifolds, W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1965.

**3. <u>Diferenciální rovnice a variační počet</u>**

- **Transformace proměnných** (prostory jetů, bodové a kontaktní transformace, konečné a infinitezimální transformace).
- **Metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic** (užití symetrií a prvních integrálů, příklady).
- **Nelineární PDR prvního řádu** (obecné řešení, singulární řešení, metoda charakteristik, příklady).
- **Metody řešení nelineárních PDR a jejich systémů** (přehled klasických a moderních metod, solitonová a multisolitonová řešení, příklady).
- **Základní úloha variačního počtu** (Lagrangeova funkce, variační funkcionál, variace, Eulerovy– Lagrangeovy rovnice, příklady).
- **Symetrie variačních problémů** (algebry a grupy symetrií, první věta Emmy Noetherové).
- **Hamiltonovské systémy** (Poissonova struktura, Darbouxova věta, Liouvilleova věta o integrabilitě).

**Literatura:**

N. H. Ibragimov: Elementary Lie Group Analysis and Ordinary Differential Equations, Wiley & Sons, 1999.

P. J. Olver: Applications of Lie Groups to Differential Equations, Springer, 1986.
D. Hilbert a R. Courant: Methods of Mathematical Physics, Vol. 2, Wiley, 1989.
I. M. Gelfand, S. V. Fomin: Calculus of Variations, Prentice-Hall, 1963.
V. I. Arnold: Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer, 1978.