POŽADAVKY KE STÁTNÍM ZÁVĚREČNÝM ZKOUŠKÁM

Bakalářský studijní program B1101 Matematika
(studijní obor – Matematické metody v ekonomice)

1. Ekonomika, management a marketing

- Makro a mikroekonomie, řešení základních ekonomických problémů, charakteristika subjektů ekonomických systémů, pyramida potřeb, výrobní faktory.
- Cíl hospodářské politiky vlády, tvorba a užití HDP a HNP, inflace, nezaměstnanost, cyklický vývoj ekonomiky.
- Trh, faktory ovlivňující nabídku a poptávku, cenová elasticita poptávky, tržní rovnováha se změnou nabídky a poptávky, teorém pavučiny, selhání trhu.
- Finanční trh, poptávka po penězích a jejich nabídka, cenné papíry, charakteristika bankovní soustavy, funkce a činnosti centrální banky.
- Zákon klesajícího mezního užitku, rovnováha spotřebitele, indiferenční křivky, Paretovo optimum, produkční funkce v krátkém a dlouhém období, vztah celkového, mezního a průměrného produktu.
- Firma v dokonalé konkurenci, ekonomický a účetní zisk, fixní, variabilní, celkové a mezní náklady, bod uzavření firmy, bod vyrovnání.
- Firma v nedokonalé konkurenci – monopol, cenová diskriminace prvního, druhého a třetího stupně, konkrétní formy cenové diskriminace.
- Firma v nedokonalé konkurenci – monopolistická konkurence, oligopol, maximalizace zisku, přebytek výrobce a spotřebitele.
- Management – základy managementu a manažerské funkce – plánování, rozhodování, organizování, personalistika a kontrolování, manažerské techniky.
- Marketing – marketing jako pojem, podnikatelské filozofie, trhy a segmentace trhů, kupní chování zákazníků na trzích (spotřebitelských a organizací), marketingový výzkum, marketingový mix a jeho užití (základní a rozšířený), podnikatelský záměr (Business plan).

Literatura:

P. A. Samuelson, W. D. Nordhaus. *Ekonomie*. Svoboda Praha, 2007.
P. Kotler. *Marketing management*. Grada Praha, 2001.
Z. Souček, J. Marek. *Strategie úspěšného podniku*. Montanex Ostrava, 1998.
L. Macáková a kol. *Mikroekonomie: repetitorium*. Melandrinum, 2003.
P. Tuleja. *Vybraná témata z mikroekonomie v grafech a pojmech*. Aldebaran, 2003.
R. Holman. *Makroekonomie*. C. H. Beck, Praha, 2004.
J. Soukup a kol. *Makroekonomie*. Management Press, Praha, 2009.
B. Hořejší a kol. *Mikroekonomie*. Management Press, Praha, 2008.

2. Matematické metody v ekonomice

- Základní problémy lineárního programování (dopravní problém, směšovací úloha, úloha o plánování výroby).

- Formulace základní úlohy lineárního programování, její přepis do rovnicového tvaru, přípustné a optimální řešení.
- Simplexový algoritmus. Geometrie simplexové metody.
- Dualita. Ekonomická interpretace duální úlohy.
- Technika penalizační sazby, parametrické lineární programování.
- Algoritmy pro řešení dopravní úlohy.
- Maďarská metoda.
- Charakterizace problémů dynamického programování.
- Síťová analýza složitých procesů, sestavení sítě metodou CPM a výpočet kritické cesty. Systém PERT a jeho algoritmus.
- Základy teorie her a strategického rozhodování.
- Modely strukturní analýzy. Leontjevův model meziodvětvových vztahů.
- Modely zásob - Wilsonovy modely I. - III. typu, stochastický model zásobování, základy logistiky a její využití v praxi.
- Podnikové bilanční modely.
- Základy teorie front a hromadné obsluhy. Kendallova klasifikace, typy modelů hromadné obsluhy.

Literatura:

I. Gros. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. Grada Praha, 2003.
F. S. Hillier, G. J. Lieberman. *Introduction to Operations Research*. Holden-Day, Inc. 2010.
J. Jablonský. *Operační výzkum*. Professional Publishing, Praha, 2007.
N. Balakrishnan, B. Render, R. M. Stair, Jr. *Managerial Decision Modeling*. Pearson Education, Inc. 2007.

3. Matematická ekonomie

- Matematické modelování - pojem, obsah a metody.
- Veličiny celkové, průměrné, mezní, elasticita funkce.
- Diskrétní dynamické modely (nespojité změny v čase), pavučinový model.
- Spojité dynamické modely.
- Funkce užitečnosti, její matematické vyjádření a grafické znázornění.
- Funkce produkční, spotřební, úsporová, investiční a jejich matematické vyjádření a grafické znázornění, akumulace kapitálu.
- Nákladová, výnosová a zisková funkce, jejich matematické vyjádření a grafické znázornění.
- Multiplikátor, akcelerátor.
- Matematický výklad důchodové analýzy, modely rovnovážné úrovně.
- Model IS - LM.

Literatura:

D. Bauerová, L. Hrbáč. *Matematická ekonomie I*. skripta VŠB, EkF Ostrava, 1996.
D. Bauerová, L. Hrbáč. *Matematické ekonomie II*. skripta VŠB, EkF Ostrava, 1995.
R. G. D. Allen. *Matematická ekonomie*. Academia Praha, 1971.
A. C. Chiang. *Fundamental Methods of Mathematical Economy*. McGraw Hill, 1982.
K. Zimmermann. *Úvod do matematické ekonomie*. Karolinum Praha, 2002.

Bakalářský studijní program B1101 Matematika
(studijní obor – Aplikovaná matematika)

1. Diferenciální rovnice

- **Existence a jednoznačnost řešení** počáteční úlohy obyčejné diferenciální rovnice.
- **Lineární diferenciální systémy** (homogenní a nehomogenní systémy, vlastnosti řešení).
- **Autonomní diferenciální systémy**, typy stacionárních bodů dvourozměrného systému.
- **Stabilita stacionárního řešení** systému obyčejných diferenciálních rovnic, linearizace.
- **Parciální diferenciální rovnice** (počáteční a okrajový problém, lineární rovnice 2. řádu).
- **Eliptické rovnice** (Laplaceova rovnice, harmonické funkce).
- **Hyperbolické rovnice** (rovnice struny, smíšený problém, separace proměnných).
- **Parabolické rovnice** (Cauchyův problém pro rovnici vedení tepla, Fourierova metoda pro smíšený problém).

Literatura:

L. S. Pontrjagin. *Obyknovennyje differenciaľnyje uravnenija*. Nauka, Moskva, 1965.
M. Greguš, M. Švec, V. Šeda. *Obyčajné diferenciálne rovnice*. Alfa-SNTL, Bratislava Praha, 1985.
M. Renardy, R. C. Rogers. *An Introduction to Partial Differential Equations*. New York, 1993.
J. Franců. *Parciální diferenciální rovnice*. VUT Brno, 1998.
K. Rektorys a spolupracovníci. *Přehled užité matematiky*. SNTL, Praha, 1968.

2. Funkcionální analýza

- **Topologické vektorové prostory** (definice, příklady a základní vlastnosti).
- **Lokálně konvexní prostory**, konvexní množiny.
- **Hahnova-Banachova věta**, věty o oddělitelnosti.
- **Fréchetovy prostory**, Banachova věta o inverzním zobrazení, věta o uzavřeném grafu.
- **Omezené množiny**, omezené operátory, Banachova - Steinhausova věta.
- **Základy konvexní analýzy** (konvexní funkce, dualita).
- **Normované prostory** (definice a příklady, Kolmogorovova věta o normovatelnosti).
- **Hilbertovy prostory** (skalární součin, ortogonální projekce, Hilbertova báze, ortogonalizace).

Literatura:

A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin. *Základy teorie funkcí a funkcionální analýzy*. SNTL, Praha, 1975.
L. Mišík. *Funkcionálna analýza*. Alfa, Bratislava, 1989.

3. Matematické metody ve fyzice a technice

- **Rungeova-Kuttova metoda** řešení Cauchyova problému pro obyčejné diferenciální rovnice.
- **Metoda sítí** pro řešení okrajového problému.

- **Kontraktivní operátory**, Banachova věta, metoda přímé iterace.
- **Funkcionály v Hilbertově prostoru,** věta o minimu kvadratického funkcionálu, variační formulace okrajové úlohy.
- **Ritzova metoda**, pojem konečného prvku.
- **Polynomiální aproximace**, metoda nejmenšího součtu čtverců.
- **Splajnová interpolace.**

Literatura:

K. Rektorys a spolupracovníci. *Přehled užité matematiky*. SNTL, Praha, 1968.
Z. Riečanová a kol. *Numerické metódy a matematická štatistika*. Alfa, Bratislava, 1987.
E. Vitásek. *Numerické metody*. SNTL, Praha, 1987.
J. Segethová. *Základy numerické matematiky*. Karolinum, Praha, 1998.

Bakalářský studijní program B1101 Matematika

(studijní obor – Obecná matematika)

---

1. Diferenciální rovnice

- Existence a jednoznačnost řešení počáteční úlohy obyčejné diferenciální rovnice.
- Lineární diferenciální systémy (homogenní a nehomogenní systémy, vlastnosti řešení).
- Autonomní diferenciální systémy, typy stacionárních bodů dvourozměrného systému.
- Stabilita stacionárního řešení systému obyčejných diferenciálních rovnic, linearizace.
- Parciální diferenciální rovnice (počáteční a okrajový problém, lineární rovnice 2. řádu).
- Eliptické rovnice (Laplaceova rovnice, harmonické funkce).
- Hyperbolické rovnice (rovnice struny, smíšený problém, separace proměnných).
- Parabolické rovnice (Cauchyův problém pro rovnici vedení tepla, Fourierova metoda pro smíšený problém).

Literatura:

L. S. Pontrjagin. *Obyknovennyje differenciaľnyje uravnenija*. Nauka, Moskva, 1965.
L. S. Pontryagin. *Ordinary differential equations*. Addison-Wesley Publishing Company, 1962.
M. Greguš, M. Švec, V. Šeda. *Obyčajné diferenciálne rovnice*. Alfa-SNTL, Bratislava Praha, 1985.
I. G. Petrovskij. *Lekcii ob uravnenijach s častnymi proizvodnymi*. Moskva, 1961.
K. Rektorys a spolupracovníci. *Přehled užité matematiky*. SNTL, Praha, 1968.

2. Funkcionální analýza

- Topologické vektorové prostory (definice, příklady a základní vlastnosti).
- Lokálně konvexní prostory, konvexní množiny.
- Hahnova-Banachova věta, věty o oddělitelnosti.
- Fréchetovy prostory, Banachova věta o inverzním zobrazení, věta o uzavřeném grafu.

- Omezené množiny, omezené operátory, Banachova-Steinhausova věta.
- Základy konvexní analýzy (konvexní funkce, dualita).
- Normované prostory (definice a příklady, Kolmogorovova věta o normovatelnosti).
- Hilbertovy prostory (skalární součin, ortogonální projekce, Hilbertova báze, ortogonalizace).

Literatura:

A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin. *Základy teorie funkcí a funkcionální analýzy*. SNTL, Praha, 1975.

L. Mišík. *Funkcionálna analýza*. Alfa, Bratislava, 1989.

3. <u>Algebraické struktury a topologie</u>

- Multilineární algebra (vektorové prostory, duální prostor, lineární a bilineární formy, tenzory).
- Grupy (grupy, podgrupy, rozklad podle pogrupy, Lagrangeova věta, normální podgrupy a kongruence grupy).
- Akce grup (akce grupy, efektivní a tranzitivní akce, orbita akce, stabilizátor, Burnsideova věta).
- Okruhy a moduly (okruhy, podokruhy, ideály a faktorové okruhy, okruhy zbytkových tříd).
- Topologická struktura na množině (otevřené a uzavřené množiny, vnitřek, vnějšek, hranice, báze topologie).
- Spojitá zobrazení, homeomorfizmy.
- Metrické prostory (metrika, metrická topologie, úplné metrické prostory, kontrakce, věta o pevném bodě, Hausdorffova věta o zúplnění metrického prostoru).

Literatura:

N. J. Bloch. *Abstract Algebra with Applications*. Prentice Hall, Englewood Clifs, 1987.

W. J. Hilbert. *Modern Algebra with Applications*. J. Wiley and Sons, New York ,1976.

S. Mac Lane, G. Birkhoff. *Algebra*. Alfa Bratislava, 1974.

A. G. Kuroš. *Kapitoly z obecné algebry*. Academia Praha, 1968.

D. Krupka, O. Krupková. *Topologie a geometrie: 1. Obecná topologie*. SPN, Praha, 1989.

J. R. Munkres. *Topology: A First Course*. Prentice Hall, New Jersey, 1975.

Bakalářský studijní program B1101 Matematika
(studijní obor – Aplikovaná matematika pro řešení krizových situací)

---

1. <u>Matematické metody v ekonomice a řízení</u>

- Makro- a mikroekonomie. Charakteristika ekonomických subjektů, statky, trh, konkurence, výrobní faktory, rovnováha, selhání trhu, mikroekonomická úloha státu.
- Základní makroekonomické kategorie (HDP, měnová stabilita, míra inflace, nezaměstnanost, obchodní bilance, hospodářský růst) a jejich vazby, cyklický vývoj ekonomiky, makroekonomická úloha státu.
- Veřejné finance, státní rozpočet a fiskální politika, platební bilance, monetární politika, vnější hospodářská politika.

- Základní problémy lineárního programování. Formulace základní úlohy lineárního programování, přípustné a optimální řešení.
- Simplexový algoritmus. Dualita.
- Algoritmy pro řešení dopravní úlohy. Maďarská metoda.
- Síťová analýza složitých procesů, sestavení sítě metodou CPM a výpočet kritické cesty.
- Systém PERT a jeho algoritmus.
- Základy teorie her a strategického rozhodování.
- Modely strukturní analýzy. Leontjevův model meziodvětvových vztahů.
- Modely zásob - Wilsonovy modely I. - III. typu, základy logistiky a její využití v praxi.
- Základy teorie front a hromadné obsluhy. Kendallova klasifikace, typy modelů hromadné obsluhy.

Literatura:

N. Balakrishnan, B. Render, R. M. Stair. *Managerial Decision Modeling with Spreadsheets*. 2nd ed., Pearson/Prentice Hall, 2007.
I. Gross. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. Grada, Praha, 2003.
F. S. Hillier, G. J. Lieberman. *Introduction to Operations Research*. Holden-Day, Inc. 2010.
R. Holman. *Makroekonomie*. C. H. Beck, Praha, 2004.
B. Hořejší a kol. *Mikroekonomie*. Management Press, Praha, 2008.
J. Jablonský. *Operační výzkum - kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd., Profesional Publishing, Praha, 2007.
M. D. Rosenau. *Řízení projektů*. Computer Press, Praha, 2007.
J. Soukup a kol. *Makroekonomie*. Management Press, Praha, 2009.

2. <u>Krizový management a ochrana obyvatelstva</u>

- Management. Základy managementu a manažerské funkce – plánování, rozhodování, organizování, personalistika a kontrolování, manažerské techniky.
- Principy a základy bezpečnostního systému a krizového řízení ČR.
- Integrovaný záchranný systém. Jeho složky, vzájemná koordinace a úkoly.
- Plánování pro zajištění bezpečnosti a udržitelný rozvoj v ČR – územní, krizové, povodňové a havarijní plánování.
- Mimořádná událost. Krizová situace. Krizový stav. Krize.
- Právní normy pro podporu krizového řízení.
- Klasifikace mimořádných událostí, praktický cíl klasifikace. Příčiny a dopady mimořádných událostí.
- Vznik a vývoj ochrany obyvatelstva v ČR a v zahraničí.
- Individuální a kolektivní ochrana obyvatelstva.
- Varování a informování obyvatelstva. Zásady a prostředky.
- Hospodářská opatření pro krizové stavy.
- Zásady financování opatření k řešení krizových situací a k obnově území.
- Integrovaný bezpečnostní systém na ochranu majetku.

Literatura:

E. Antušák. *Krizový management: Hrozby – krize – příležitosti*. Wolters Kluwer ČR, Praha, 2009.
E. Antušák, Z. Kopecký. *Úvod do teorie krizového managementu I*. VŠE, Praha, 2003.

V. Hálek. *Krizový management: teorie a praxe*. DonauMedia, Bratislava, 2008.
B. Martínek, P. Linhart a kol. *Ochrana obyvatelstva*. Modul E. Praha, 2006.
J. Mozga, M. Vítek. *Krizové řízení*. Gaudeamus, Hradec Králové, 2002.
J. Mozga, M. Vítek. *Udržitelný rozvoj a řízení rizik, pohrom a krizí*. Gaudeamus, Hradec Králové, 2002.
J. Rektořík a kol. *Krizový management ve veřejné správě: Teorie a praxe*. Ekopress, Praha, 2004.
M. Šenovský, V. Adamec. *Základy krizového managementu*. SPBI, Ostrava, 2001.
M. Šenovský, M. Oravec, P. Šenovský. *Teorie krizového managementu*. SPBI, Ostrava, 2012.
Právní normy pro podporu krizového řízení.

3. Aplikovaná matematika a softwarová podpora pro krizové řízení a analýzu rizik

- Analýza rizik, její význam a použití při havarijním plánování objektů a teritoria. Vstupní data potřebná pro tvorbu analýzy rizik.
- Riziko, jeho definice a složky. Nebezpečí.
- Metody pro identifikaci zdrojů rizika.
- Metody pro hodnocení rizika. Logika základních metod.
- Přijatelnost rizika jako relace mezi frekvencí událostí a způsobenou ztrátou.
- Společenská rizika.
- Informační systémy krizového řízení používané v ČR.
- Využití matematických metod při řešení mimořádných událostí.
- Aplikace specifických matematických metod při řešení hromadných neštěstí a krizových stavů.
- Model, jeho druhy a rozdělení. Modelování a softwarová podpora v krizovém řízení.
- Softwarová podpora pro krizové řízení „RISKAN“.
- Softwarová podpora pro krizové řízení „TerEx“.
- Softwarová podpora pro krizové řizení „Aloha“.

Literatura:

F. Babinec. *Analýza rizik*. SU, Opava, 2007.
M. Drozdek, K. Jelšovská. *Informační podpora pro krizové řízení se zaměřením na práci s geoinformačním systémem ArcGIS*. SU, Opava, 2013.
K. Jelšovská, A. Peterková. *Řešení krizových situací: metody a jejich aplikace*. SU, Opava, 2013.
Pavlíček a kol. *Krizové stavy a doprava*. ČVUT, Praha, 2001.
P. Mandl, L. Mazurová, I. Justová. *Matematika a řízení rizik*. MatfyzPress, Praha, 2010.
V. Smejkal, K. Rais. *Řízení rizik*. Grada, Praha, 2003.
R. Soušek a kol. *Krizové řízení v dopravě*. Pardubice, 2002.
P. Šenovský. *Modelování rozhodovacích procesů*. VŠB – TU Ostrava, 2009.
RISKAN – Uživatelská příručka.
TerEx – Uživatelská příručka.
Aloha – Uživatelská příručka.

Navazující magisterský studijní program N1101 Matematika
(studijní obor – Matematická analýza)

1. Funkcionální a globální analýza

Funkcionální analýza

- **Hahnova-Banachova věta** a její důsledky.
- **Princip otevřenosti** pro Fréchetovy prostory.
- **Princip ohraničenosti** pro Fréchetovy prostory.
- **Dualita** v Hausdorffových lokálně konvexních topologických vektorových prostorech, slabá a zeslabená topologie.
- **Konvexní analýza** v lokálně konvexních topologických vektorových prostorech, základní operátory konvexní analýzy, věta o dualitě.
- **Normované prostory** (norma operátoru, duální prostor, Banachova věta o nulovém úhlu). Reflexivní prostory. Spektrum. Kompaktní operátory.
- **Hilbertovy prostory** (ortogonální projekce, Hilbertova báze). Samoadjungované operátory. Hilbertova–Schmidtova věta.

Literatura:

V. I. Averbuch. *Functional Analysis*. pomocné učební texty MÚ SU, Opava, 1999.
A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin. *Základy teorie funkcí a funkcionální analýzy*. SNTL, Praha, 1975.

Globální analýza

- **Vnoření a vložení variet, submerze, Whitneyovy věty.**
- **Kritické body zobrazení, Sardova věta.**
- **Vektorová pole, lokální a globální tok.**
- **Vektorové distribuce, Frobeniova věta.**
- **Lieovy grupy.**

Literatura:

D. Krupka. *Úvod do analýzy na varietách*. SPN, Praha, 1986.
R. Narasimhan. *Analysis on real and complex manifolds*. North-Holland, Amsterdam, 1968.

2. Matematická analýza a diferenciální rovnice

Reálná a komplexní analýza

- **Základní vlastnosti míry** na okruhu, vnější míra a Carathéodoryho věta, věta o rozšíření míry na metrických prostorech. Hausdorffova míra, Lebesgueova–Stieltjesova a Lebesgueova míra.
- **Pojem měřitelné funkce**, měřitelná funkce jako limita posloupnosti jednoduchých měřitelných funkcí, posloupnosti měřitelných funkcí.
- **Lebesgueův integrál** a Lebesgueův–Stieltjesův integrál, souvislost s Riemannovým integrálem, věty o střední hodnotě.
- **Prostory L_p.**

- **Diferencovatelnost funkcí**, spojitost a diferencovatelnost, diferencovatelnost monotónních funkcí, funkce s konečnou variací, absolutně spojité funkce.
- **Stoneova-Weierstrassova věta o aproximaci spojitých funkcí polynomy.**
- **Derivace komplexních funkcí**, geometrický význam derivace, konformní zobrazení.
- **Integrály a mocninné řady v komplexním oboru**, Laurentova řada a Taylorova řada.
- **Singularity a nulové body**. Cauchyova věta o reziduích a její důsledky. Metody výpočtu nevlastních reálných integrálů.
- **Laplaceova transformace** a její použití.

Literatura:

V. Jarník. *Diferenciální počet II*. ČSAV, Praha, 1956.
V. Jarník. *Integrální počet II*. ČSAV, Praha, 1956.
W. Rudin. *Analýza v reálném a komplexním oboru*. Academia, Praha, 1987.
T. Neubrunn, J. Dravecký. *Vybrané kapitoly z matematické analýzy*. Alfa, Bratislava, 1990.
J. Smítal, P. Šindelářová. *Komplexní analýza*. učební text MÚ SU Opava, 2002.
M. Švec, T. Šalát, T. Neubrunn. *Matematická analýza funkcií reálnej premennej*. Alfa, Bratislava, 1987.

Obyčejné a parciální diferenciální rovnice

- **Systémy diferenciálních rovnic prvního řádu** (řešení, věty o existenci a jednoznačnosti řešení).
- **Lineární systémy diferenciálních rovnic** (homogenní a nehomogenní systémy, vlastnosti řešení, systémy s konstantními koeficienty, metoda variace konstant, rovnice vyšších řádů).
- **Stabilita řešení autonomních systémů.**
- **Eliptické rovnice** (Laplaceova a Poissonova rovnice, potenciál, Greenovy formule, Greenova funkce).
- **Hyperbolické rovnice** (Riemannova metoda, šíření vln podél struny, Fourierova metoda pro smíšené problémy).
- **Parabolické rovnice** (Cauchyův problém pro rovnici vedení tepla, princip maxima pro smíšené problémy, Fourierova metoda pro smíšené problémy).
- **Distribuce** (prostory základních funkcí a prostory distribucí, konvoluce, fundamentální řešení pro diferenciální operátory, zobecněné řešení Cauchyova problému).

Literatura:

J. Kurzweil. *Obyčejné diferenciální rovnice*. SNTL, Praha, 1978.
M. Greguš, M. Švec, V. Šeda. *Obyčajné diferenciálne rovnice*. Alfa-SNTL, Bratislava – Praha, 1985.
M. Renardy, R. C. Rogers. *An Introduction to Partial Differential Equations*. New York, 1993.
J. Franců. *Parciální diferenciální rovnice*. VUT Brno, 1998.
J. Franců. *Moderní metody řešení diferenciálních rovnic*. Akad. nakl. CERM, Brno, 2006.
L. C. Evans. *Partial Diferencial Equations*. American Mathematical Society, 1998.

3. Topologie a diferenciální geometrie

Topologie

- **Topologická struktura na množině** (otevřené a uzavřené množiny, vnitřek, vnějšek, hranice, báze topologie).
- **Spojitá zobrazení, homeomorfismy.**
- **Konstrukce topologických prostorů** (podprostory, součiny, faktorové prostory).

- **Metrické prostory** (metrika, metrická topologie, úplné metrické prostory, stejnoměrně spojitá zobrazení, kontrakce, věta o pevném bodě, izometrie, Hausdorffova věta o zúplnění metrického prostoru).
- **Kompaktní a lokálně kompaktní topologické prostory**.
- **Konvergence v topologických prostorech** (konvergence v prostorech 1. typu spočetnosti, konvergence v metrických prostorech).
- **Souvislé a obloukově souvislé topologické prostory.**
- **Regulární, normální a parakompaktní prostory, topologické variety**.

Literatura:

D. Krupka, O. Krupková. *Topologie a geometrie: 1. Obecná topologie*. SPN, Praha, 1989.
J. R. Munkres. *Topology: A First Course*. Prentice Hall, New Jersey, 1975.

Diferenciální geometrie

- **Hladké variety** (souřadnicové systémy, atlasy, tečný prostor k varietě, prostory tenzorů na varietě, příklady variet).
- **Diferenciální formy** (definice, vlastnosti forem, orientovatelnost, Stokesova věta a její důsledky).
- **Lineární konexe** (tenzor, torze, tenzor křivosti, paralelní přenos vektorů, geodetiky, kovariantní derivace, geometrický význam tenzoru křivosti).
- **Variety s metrickým polem** (Riemannovy a hyperbolické variety, Levi-Civitova konexe, tenzor křivosti, Ricciho tenzor, skalární křivost, Riemannova křivost, izometrie a Killingova rovnice, integrování funkcí na varietě s metrickým polem).

Literatura:

S. Sternberg. *Lectures on Differential Geometry*. AMS Chelsea Publishing, Rhode Island, 1995.
O. Kowalski. *Úvod do Riemanovy geometrie*. Univerzita Karlova, Praha, 1995.
L. Klapka. *Geometrie*. učební text MÚ SU Opava, 2/1999.

Navazující magisterský studijní program N1101 Matematika
(studijní obor – Aplikovaná matematika)

---

1. Matematická analýza a diferenciální rovnice

Funkcionální analýza

- Normované lineární, Banachovy a Hilbertovy prostory - definice, příklady, základní vlastnosti.
- Lineární operátory, základní principy funkcionální analýzy.
- Lineární funkcionály a dualita, slabá konvergence.
- Kompaktní operátory, Riesz-Schauderova teorie.
- Banachovy algebry, spektrum a jeho základní vlastnosti.
- Operátory a spektrální teorie v Hilbertově prostoru.
- Základy teorie distribucí.

Diferenciální rovnice

- Základní věty o řešitelnosti a jednoznačnosti, lineární systémy diferenciálních rovnic, stabilita autonomních systémů.
- Formulace základních okrajových a počátečních úloh, charakteristiky, klasifikace lineárních rovnic druhého řádu.
- Laplaceova a Poissonova rovnice, rovnice vedení tepla a Fourierova metoda, vlnová rovnice.
- Variační formulace, slabá řešení.

Literatura:

A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin. *Základy teorie funkcí a funkcionální analýzy*. Praha, 1975.
K. Najzar. *Funkcionální analýza*. Praha, 1988.
W. Rudin. *Functional analysis*. McGraw-Hill, 1973.
J. Franců. *Parciální diferenciální rovnice*. Brno, 1998.
L. C. Evans. *Partial Diferencial Equations*. American Mathematical Society, 1998.
M. Renardy, R. C. Rogers. *An introduction to partial differential equations*. New York, 1993.

2. Matematické modelování, optimalizace a numerické metody

Základy numerické matematiky a optimalizace

- Metody nalezení extrému funkcí jedné proměnné.
- Optimalizační úlohy bez vedlejších podmínek a s vedlejšími podmínkami.
- Lineární programování a simplexová metoda.
- Nelineární programování, Kuhnovy-Tuckerovy podmínky.
- Stochastické a další metody.
- Aproximace a interpolace.
- Numerické řešení lineárních systémů, numerické metody řešení nelineárních rovnic.
- Lokalizace kořenů polynomu.

Numerické metody řešení diferenciálních rovnic

- Numerické integrování a derivování.
- Rungeovy-Kuttovy metody.
- Diskretizace a metoda sítí.
- Metoda konečných prvků.

Literatura:

A. Ralston. *Základy numerické matematiky*. Praha, 1978.
J. Segethová. *Základy numerické matematiky*. Praha, 1998.
P. G. Ciarlet. *The finite element method*. Amsterdam, 1978.
J. Franců. *Moderní metody řešení diferenciálních rovnic*. Akad. nakl. CERM, Brno, 2006.

3. Aplikovaná statistika a pravděpodobnost

Míra, integrál a pravděpodobnost

- Základní vlastnosti míry, Carathéodoryho věta.
- Hausdorffova, Lebesgueova-Stieltjesova a Lebesgueova míry.
- Měřitelné funkce, Lebesgueův integrál.
- Pravděpodobnostní prostor, náhodné veličiny, náhodné procesy, Markovovy řetězce.

Základní metody finanční matematiky

- Náhodné procházky a Polyova věta, generující funkce a diskrétní martingály, Wienerův proces a spojité martingály.
- Stochastický integrál, Itóovo lemma.
- Blackův-Scholesův model – odvození, řešení, aplikace.

Literatura:

A. M. Bruckner, J. B. Bruckner, B. S. Thomson. *Real Analysis*. New Jersey, 1997.
M. Švec, T. Šalát, T. Neubrunn. *Matematická analýza funkcií reálnej premennej*. Bratislava, 1987.
F. S. Hillier, G. J. Lieberman. *Introduction to Operations Research*. Holden-Day, Inc. 2010.
J. M. Steele. *Stochastic Calculus and Financial Applications*. Springer-Verlag, 2003.
T. Cipra. *Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou*. Ekopress, 2005.
J. R. Buchanan. *Undergraduate introduction to financial mathematics*. World Scienific, 2006.
P. Willmot, S. Howison, J. Dewynne. *The mathematics of financial derivatives*. Cambridge, 1995.

Navazující magisterský studijní program N1101 Matematika
(studijní obor – Geometrie a globální analýza)

---

1. <u>Algebra a algebraická topologie</u>

Algebra

- **Multilineární algebra** (vektorový prostor, duální prostor, tenzory na vektorovém prostoru, indukované báze v prostorech tenzorů, příklady tenzorů, operace s tenzory).
- **Komutativní algebra** (okruhy, ideály, základy teorie dělitelnosti, pole, algebraická rozšíření polí).
- **Lieovy algebry** (definice, homomorfismy, ideály, maticové algebry, reprezentace).

Literatura:

D. Krupka, J. Musilová. *Lineární a multilineární algebra*. SPN Praha, 1989.
J. Blažek, M. Koman, B. Vojtášková. *Algebra a teoretická aritmetika II*. SPN Praha, 1985.
K. Erdmann, M. Wildon. *Introduction to Lie Algebras*. Springer, 2006.

Algebraická topologie

- **Homotopie** (homotopie spojitých zobrazení, stažitelnost, fundamentální grupa).
- **Nakrytí** (definice, základní věty, univerzální nakrytí).
- **Homologie** (základní princip algebraické topologie, singulární homologie a kohomologie, základní věty).
- **CW-komplexy** (homologické grupy sfér, stupeň zobrazení, CW-komplexy, celulární homologie).

Literatura:

C. Kosniowski. *A First Course in Algebraic Topology*. Cambridge University Press, 1980.

J. W. Vick. *Homology Theory: An Introduction to Algebraic Topology*. Academic Press, New York, 1973.

2. Diferenciální geometrie

- **Hladké variety** (souřadnicové systémy, atlasy, tečný prostor k varietě, příklady variet).
- **Vektorová pole** (definice a vlastnosti, Lieova závorka vektorových polí, Frobeniova věta, tečné zobrazení).
- **Tenzorová pole** (definice a vlastnosti, algebraické operace s tenzorovými poli, Lieova derivace).
- **Diferenciální formy** (definice a vlastnosti, vnější součin, vnější diferenciál a Lieova derivace, pullback, orientovatelnost variet, integrál formy, Stokesova věta).
- **Afinní konexe** (definice, torze a křivost, paralelní přenos vektorů, geodetiky, kovariantní derivace tenzorových polí).
- **Variety s metrickým polem** (Riemannovy a pseudo-Riemannovy variety, Levi-Civitova konexe, Riemannova křivost, Ricciho tenzor, skalární křivost, izometrie a Killingova rovnice).
- **Lieovy grupy** (definice, Lieova algebra Lieovy grupy, maticové Lieovy grupy).
- **Nadplochy v Eukleidovském prostoru** (první a druhá fundamentální forma, Gaussovy–Weingartenovy rovnice, Gaussovy–Mainardiho–Codazziho rovnice, Bonnetův teorém).
- **Křivost** (normální řezy nadplochy, hlavní křivosti, hlavní souřadnice, střední a Gaussova křivost, minimální plochy, fokální nadplochy).
- **Komplexní variety** (komplexní struktura, komplexní diferenciální formy, holomorfní formy, Kählerova varieta).

Literatura:

J. M. Lee. *Introduction to Smooth Manifolds*. Springer-Verlag, New York, 2003.
O. Kowalski. *Úvod do Riemanovy geometrie*. Univerzita Karlova, Praha, 1995.
C. Isham. *Modern Differential Geometry for Physicists*. World Scientific, Singapore, 1999.
R. L. Bishop, S. I. Goldberg. *Tensor Analysis on Manifolds*. Dover New York, 1980.
M. Spivak. *Calculus on Manifolds*. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1965.

3. Diferenciální rovnice a variační počet

- **Transformace proměnných** (prostory jetů, bodové a kontaktní transformace, konečné a infinitezimální transformace).
- **Metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic** (užití symetrií a prvních integrálů, příklady).
- **Nelineární PDR prvního řádu** (obecné řešení, singulární řešení, metoda charakteristik, příklady).
- **Metody řešení nelineárních PDR a jejich systémů** (přehled klasických a moderních metod, solitonová a multisolitonová řešení, příklady).
- **Základní úloha variačního počtu** (Lagrangeova funkce, variační funkcionál, variace, Eulerovy-Lagrangeovy rovnice, příklady).
- **Symetrie variačních problémů** (algebry a grupy symetrií, první věta Emmy Noetherové).
- **Hamiltonovské systémy** (Poissonova struktura, Darbouxova věta, Liouvilleova věta o integrabilitě).

Literatura:

N. H. Ibragimov. *Elementary Lie Group Analysis and Ordinary Differential Equations*. Wiley & Sons, 1999.

P. J. Olver. *Applications of Lie Groups to Differential Equations*. Springer, 1986.
D. Hilbert, R. Courant. *Methods of Mathematical Physics*. Vol. 2, Wiley, 1989.
I. M. Gelfand, S. V. Fomin. *Calculus of Variations*. Prentice-Hall, 1963.
V. I. Arnold. *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Springer, 1978.

Bakalářský studijní program B0541A170016 Matematika

Obsahem státní závěrečné zkoušky je obhajoba bakalářské práce a ústní zkouška. Obhajoba bakalářské práce probíhá standardním způsobem, hodnotí se úroveň jejího zpracování, porozumění tématu a kvalita prezentace. U ústní části zkoušky se ověřují souhrnné znalosti základních pojmů a výsledků jednotlivých oblastí matematiky a jejich vzájemné souvislosti. Ústní část zkoušky se skládá ze tří tematických okruhů, z každého student obdrží jednu otázku. Dva okruhy (Matematická analýza a obyčejné diferenciální rovnice, Lineární algebra a pravděpodobnost a statistika) jsou společné pro všechny specializace, třetí okruh je určený specializací.

Obsahy jednotlivých okruhů navazují na tyto předměty:

1. Matematická analýza a obyčejné diferenciální rovnice

Matematická analýza I,
Matematická analýza II,
Matematická analýza III/Vybrané partie z matematické analýzy I,
Matematická analýza IV/Vybrané partie z matematické analýzy II,
Obyčejné diferenciální rovnice,
Numerické metody.

2. Lineární algebra a pravděpodobnost a statistika

Algebra I,
Algebra II,
Pravděpodobnost a statistika I,
Pravděpodobnost a statistika II,
Numerické metody.

3. Matematické metody a modelování

Matematické modelování,
Aplikace diferenciálních rovnic,
Matematické metody ve fyzice a technice I,
Aplikovaná statistika I,
Aplikovaná statistika II.

3. Matematické metody v ekonomii

Matematické metody v ekonomice a řízení I,
Matematické metody v ekonomice a řízení II,
Matematická ekonomie I,
Matematická ekonomie II.

3. Matematické metody v krizovém řízení

Matematické metody v krizovém řízení I,
Matematické metody v krizovém řízení II,
Vícekriteriální a skupinové rozhodovaní,
Analýza rizik.

3. Obecná matematika

Úvod do topologie,
Teorie míry a integrálu,
Algebraické struktury,
Funkcionální analýza.

Navazující magisterský studijní program N0541A170025 Matematika

---

1. Obhajoba diplomové práce. Obhajoba diplomové práce probíhá standardním způsobem, hodnotí se úroveň jejího zpracování, porozumění tématu a kvalita prezentace.

Ústní zkouška z následujících okruhů:

2. Společný základ (2 otázky). Předměty:

Kapitoly z funkcionální analýzy I,
Komplexní analýza,
Variační počet,
Parciální diferenciální rovnice I,
Kvalitativní metody pro obyčejné diferenciální rovnice/Metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic,
Parciální diferenciální rovnice II/Metody řešení nelineárních parciálních diferenciálních rovnic,
Kapitoly z algebry/Teorie her.
(Znalosti získané studiem povinně volitelných předmětů jsou ověřovány otázkami s volitelným obsahem.)

3. Specializace Geometrie a globální analýza (1 otázka). Předměty:

Diferenciální geometrie I,
Diferenciální geometrie II,
Algebraická topologie I,
Algebraická topologie II,
Globální analýza.

3. Specializace Matematická analýza (1 otázka). Předměty:

Obecná topologie,
Reálná analýza I,
Reálná analýza II,
Dynamické systémy I,
Dynamické systémy II.

3. Specializace Matematické modelování (1 otázka). Předměty:

Matematické modelování,
Matematické programování,
Numerická analýza,
Metoda konečných prvků,
Stochastické procesy,
Pojistná matematika.