

Posudok na dizertačnú prácu

Petra Šindelářová: *Examples and Counterexamples in Discrete Dynamical systems*

1. Úvod

Dizertačná práca je z väčšej časti venovaná dynamike intervalových zobrazení (jeden výsledok sa týka trojuholníkových zobrazení). Podstatou práce sú netriviálne konštrukcie intervalových zobrazení, ktoré ukazujú, že niektoré tvrdenia intervalovej dynamiky, ktoré boli “dokázané” alebo oznámené A. N. Šarkovským a v ich platnosť sa všeobecne verilo, v skutočnosti neplatia. To je veľmi pekná téma dizertačnej práce.

2. O obsahu dizertačnej práce

Hlavné výsledky dizertačnej práce možno rozdeliť do štyroch častí, ktoré zodpovedajú štyrom článkom autorky:

(1) **Lyapunovská stabilita** (Publikované v Acta Math. Univ. Comen.). Autorka našla kontrapríklad na tvrdenie, že intervalové zobrazenie má nulovú topologickú entropiu práve vtedy keď je Lyapunovsky stabilné na množine periodických bodov. Autorka, inšpirujúc sa prácou Misiurewicza a Smítala, konštruuje spojité zobrazenie intervalu, ktoré je typu 2^∞ ale nie je Lyapunovsky stabilné na množine periodických bodov. Na druhej strane ukazuje, že Lyapunovská stabilita na množine periodických bodov implikuje nulovú entropiu (existencia podkov totiž dáva Lyapunovskú nestabilitu na periodických bodoch).

(2) **Štruktúra množiny periodických bodov pre zobrazenia s nulovou entropiou** (Publikované v Ergod. Th. Dynam. Sys.). Autorka skonštruovala také intervalové zobrazenie typu 2^∞ , ktorého množina periodických bodov nie je typu G_δ . To ukazuje, že Šarkovského dôkaz, že to musí byť G_δ množina, je chybný.

(3) **Štruktúra množiny rekurentných bodov pre zobrazenia s nulovou entropiou** (Publikované v Proc. Amer. Math. Soc.). Zatiaľ čo sa v prácach A. N. Šarkovského a jeho spolupracovníkov tvrdilo, že intervalové zobrazenie má nulovú topologickú entropiu práve vtedy keď množina jeho rekurentných bodov je typu F_σ , autorka skonštruovala také intervalové zobrazenie typu 2^∞ , ktorého množina rekurentných bodov nie je typu F_σ . Podaný je tiež dôkaz, že obrátená implikácia platí.

(4) **Omega-limitné množiny trojuholníkových zobrazení** (Publikované ako preprint Sliezskej univerzity v Opave). Ide tu o zovšeobecnenie známej konštrukcie z dimenzie dva — v trojrozmernej kocke $[0, 1]^3$ autorka konštruuje trojuholníkové zobrazenie s tou vlastnosťou, že ω -limitná množina každého bodu neležiaceho v štvorci $\{0\} \times I^2$ je štvorec $\{0\} \times I^2$.

3. Hodnotenie kvality dizertačnej práce

Dizertačná práca nie je veľmi rozsiahla, ale je kvalitná, najmä časti (2) a (3) sú veľmi dobré. Chcel by som zdôrazniť, že ide aj o veľmi záslužnú prácu — veď sa tu na pravú mieru uvádzajú omyly uvádzané v literatúre, čo je samozrejme vždy veľmi žiadúce. Napísanie práce si vyžiadalo preniknutie do metód intervalovej dynamiky a hlboké poznanie vlastností najmä zobrazení typu 2^∞ .

Práca je aj dobre napísaná. Tlačové chyby sa samozrejme nájdu, ale je ich málo. Našiel som ešte zopár problematických miest ale nezdá sa, že by hrali akúkoľvek podstatnú úlohu. Uvediem niektoré takéto prípady ako aj zopár poznámok:

- na str. 7 je uvedená definícia odpudzujúceho periodického bodu, ktorá nie je v súlade s tým, čo sa obyčajne myslí pod odpudzujúcim periodickým bodom
- na str. 7 sa slovami “orbita” a “trajektória” označuje to, čo sa obyčajne nazýva “full orbit” a “forward orbit”; nie je práve najvhodnejšie meniť zaužívanú terminológiu
- na str. 9 vo vzťahu (5.0.1) sa $f \circ g$ chápe ako $g(f)$ namiesto v dynamike zaužívaného $f(g)$. Autorka by na obhajobe mohla uviesť príklad na monotónnosť \tilde{f} .
- na str. 11, 2. riadok zhora, asi má byť (5.0.4) namiesto (5.0.5), navyše sa tu asi využíva, že body b_i neležia v intervale J_f , čo by si žiadalo zdôvodnenie
- na str. 26, 3. riadok zdola, nie je v poriadku, že l spĺňa (13), lebo vo vzťahu (13) predsa žiadne l nie je

Je trochu nezvyklé, že tri práce, hoci boli publikované, nie sú v dizertácii uvedené tak, ako vyšli tlačou (fotokópie z časopisov). Ja by som to uprednostnil.

Nakoniec chcem ešte upozorniť autorku na jedno faux pas, aké by sa nemalo stávať. Ide o to, že v práci na str. iii autorka ako svoju školiteľku uvádza len Martu Štefánkovú hoci viem, že prinajmenšom spočiatku bol jej školiteľom Jaroslav Smítal (o.i. z konferencií viem, že aspoň prvé tri zo štyroch častí dizertácie boli vypracované pod jeho vedením). Zrejme došlo k zmene školiteľa, ale v takýchto prípadoch by sa mali uviesť obaja školitelia. Je mi samozrejme trochu nepríjemné upozorňovať na toto, ale práve nedávno som začal propagovať, aby sme sa (mám na mysli slovenských a českých matematikov) zapísali do matematického genealogického stromu na www.genealogy.ams.org, preto mi takáto nepresnosť v práci vadí.

4. Záver

Odporúčam, aby bol Petre Šindelárovej udelený titul “PhD”.



Banská Bystrica, 30. 5. 2005

Doc. RNDr. Lubomír Snoha, CSc.
 Katedra matematiky
 Fakulta prírodných vied
 Univerzita Mateja Bela
 Tajovského 40
 974 01 Banská Bystrica