

POŽADAVKY KE STÁTNÍ DOKTORSKÉ ZKOUŠCE

Doktorský studijní program P1102 Matematika (čtyřletá) (studijní obor – Geometrie a globální analýza)

1. **Základy analýzy na varietách.** Algebra hladkých funkcí. Vektorová a tenzorová pole, Lieova závorka, integrabilní distribuce. Vnější formy, integrování na varietách, Stokesova věta. Tok vektorového pole, Lieova derivace. Základy teorie Lieových grup a Lieových algeber. De Rhamovy kohomologie. Základy Riemannovy geometrie. Prostory jetů. Základy variačního počtu.
2. **Teorie Lieových grup a algeber.** Lieovy grupy a podgrupy, Lieovy algebry, jejich ideály. Reprezentace Lieových grup a algeber, G -moduly a g -moduly, jejich souvislosti. Nilpotentní, řešitelné a polojednoduché algebry. Základy strukturní teorie jednoduchých algeber a jejich reprezentací, váhy a kořeny. Příklady v komplexním i reálném oboru, klasické série.
3. **Homologická algebra.** Moduly, řetězcové komplexy, exaktnost, rezolventy a derivované funktory, Tor a Ext. Bikomplexy, spektrální posloupnosti. Homologie a kohomologie některých algebraických struktur.
4. **Algebraická topologie.** Metoda algebraické topologie. Singulární homologie a kohomologie, buněčné komplexy a jejich (ko)homologie. Homotopie a homotopické grupy, nakrytí a univerzální nakrytí. Zobecněné homologické a kohomologické teorie, spektrální posloupnosti. Svazky, abstraktní de Rhamova věta.
5. **Riemannova geometrie.** Diferenciální geometrie vnořené podvariety v euklidovském prostoru, základní formy a rovnice. Variety s afinní konexí, geodetiky, tenzor křivosti a torze. Riemannova metrika, metrická konexe, základní identity. Prostý konstantní křivosti. Gaussova-Bonnetova formule.
6. **Aplikace diferenciální geometrie v matematické fyzice.** Geometrické základy obecné teorie relativity. Symplektické variety, Poissonovy variety, Hamiltonův formalismus, Liouvilleova věta, proměnné akce - úhel. Variační počet, Eulerovy--Lagrangeovy rovnice, invariance a pohybové integrály, věta Noetherové.
7. **Geometrická teorie diferenciálních rovnic.** Prostory jetů, Cartanova distribuce, formální integrabilita. Bodové, kontaktní a vyšší symetrie, Lieova algebra symetrií. Zákony zachování, horizontální kohomologie. Nakrytí, nelokální symetrie a zákony zachování, Bäcklundovy transformace, reprezentace nulové křivosti. Operátory rekurze, Hamiltonovy struktury, úplná integrabilita.

Student zvolí tři z těchto sedmi okruhů podle svého zaměření. Oborová komise může na návrh školitele uvedenou nabídku rozšířit.