

Posudok oponenta na habilitačnú prácu

RNDr. Zdeněk Kočan, Ph.D. Properties of chaotic discrete dynamical systems

Predložená habilitačná práca pozostáva zo šiestich matematických článkov (a jedného opravného dodatku), ktorým predchádza stručný, ale prehľadný úvod umiestňujúci predložené výsledky do jednotného rámca, umožňujúc tak čitateľovi lepšiu a pohodlnejšiu orientáciu v danej problematike. Okrem základných definícií, používaných ďalej v práci, obsahuje úvod okrem prehľadu hlavných výsledkov aj formuláciu niekoľkých otvorených problémov priamo sa týkajúcich práce. Prezentované publikácie môžeme prirodzene rozdeliť do dvoch úzko súvisiacich trojíc, pričom prvá trojica sa venuje šikmým súčinom, resp. trojuholníkovým zobrazeniam na kompaktnom štvorci a druhá dynamiku spojených zobrazení na dendritoch. Všetky publikácie poji dohromady myšlienka v pozadí, a to síce otázka, čo z intervalovej dynamiky platí aj v daných priestoroch, a v čom je naopak situácia kompletne rozdielna. V ďalšom sa postupne pristavím pri jednotlivých článkoch prezentovaných v práci.

Z. Kočan: The problem of classification of triangular maps with zero topological entropy. *Annales Mathematicae Silesianae* 13 (1999), 181-192.

Autor študuje vlastnosti skosených súčinov kompaktného štvorca (tiež nazývaných trojuholníkovými zobrazeniami) s nulovou topologickou entropiou. Táto práca je príspevkom k projektu, ktorý sa odvinul od otázky O. Šarkovského položenej v roku 1989: ktoré známe vlastnosti zobrazení kompaktného intervalu s nulovou topologickou entropiou sa dajú preniesť aj na spomínané šikmé súčiny? Autor skúma konkrétnych osem charakterizácií nulovej topologickej entropie v intervalovom prípade a ukazuje, že v prípade skosených súčinov štvorca nie sú všetky vzájomne ekvivalentné. Ďalej ukazuje vzájomné implikácie medzi nimi. Problém rieši kompletne až na dve zostávajúce implikácie, pričom pri jednej vyslovuje hypotézu.

Z. Kočan: Triangular maps non-decreasing on the fibers. *Real Analysis Exchange* 30 (2004/2005), 519-538.

Autor pokračuje v projekte z predchádzajúceho článku. Skúma vzájomné vzťahy dvadsiatich troch vlastností zobrazení, ktoré sú v prípade spojených zobrazení intervalu ekvivalentné nulovej topologickej entropii. V prípade skosených súčinov na štvorci je však situácia podstatne komplikovanejšia. Rozumným a prirodzeným obmedzením je zúžiť pozornosť na tie zobrazenia, ktoré sú neklesajúce na vláknach. Hlavným výsledkom je kompletný popis vzťahov medzi spomínanými dvadsiatimi vlastnosťami. Na dosiahnutie tohoto výsledku autor okrem iného konštruuje početné príklady zobrazení s rôznymi vlastnosťami. Ďalším prínosom tejto práce je zhrnutie dovtedy známych výsledkov prehľadnou formou.

Z. Kočan: Triangular maps of the square. *Grazer Mathematische Berichte* 350 (2006), 156-168.

Tento článok je posledným z predložených publikácií týkajúcich sa problematiky skosených súčinov. Autor sumarizuje známe výsledky a k vlastnostiam skúmaným v predchádzajúcich dvoch článkoch ešte pridáva súvislosti s tromi formami distribučného chaosu. Autor tiež prispieva k doplneniu známych vzťahov medzi sedemástimi vybranými vlastnosťami všeobecných skosených súčinov na kompaktnom štvorci.

Z. Kočan, V. Kornecká-Kurková, M. Málek: On the centre and the set of omega-limit points of continuous maps on dendrites. *Topology and its Applications* 156 (2009), 2923-2931.

Týmto článkom publikovanom v prestížnom časopise *Topology and its Applications* sa dostávame k problematike dynamiky na dendritoch. Autori tu konštruujú dva zaujímavé príklady spojených zobrazení s vlastnosťami, ktoré nie sú možné v prípade zobrazení na grafoch. V prvom prípade ide o zobrazenie, ktorého množina všetkých omega-limitných bodov je vlastnou podmnožinou jeho centra. V druhom prípade má zobrazenie rastúcu postupnosť omega-limitných množín, ktorá však nie je obsiahnutá v žiadnej omega-limitnej množine daného zobrazenia. Tieto príklady sú ďalším príspevkom k porozumeniu komplikovanosti dynamiky na relatívne stále jednoduchých priestoroch, akými sú dendrity ako jednorozmerné peanovské kontinua nepochybne sú, pričom ukazujú, že dynamika takpovediac uskutočňuje kvalitatívny skok pri prechode od konečno-intervalových štruktúr, akými sú grafy, k najjednoduchším nekonečno-intervalovým štruktúram, akými sú dendrity.

Z. Kočan, V. Kornecká-Kurková, M. Málek: Entropy, horseshoes and homoclinic trajectories on trees, graphs and dendrites. *Ergodic Theory and Dynamical Systems* 31 (2011), 165-175.

Z. Kočan, V. Kornecká-Kurková, M. Málek: Entropy, horseshoes and homoclinic trajectories on trees, graphs and dendrites - ERRATUM. *Ergodic Theory and Dynamical Systems* 31 (2011), 177.

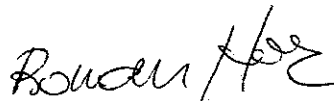
Autori pokračujú v rozvíjaní problematiky dynamiky na stromoch, grafoch a predovšetkým na dendritoch aj v tomto článku publikovanom v prestížnom časopise *Ergodic Theory and Dynamical Systems*. Objektom záujmu sú tu tri významné pojmy teórie dynamických systémov, a to konkrétne topologická entropia, podkova a homoklinická trajektória. V prípade intervalového alebo stromového zobrazenia sú kladná topologická entropia a existencia podkovy, či homoklinickej trajektórie navzájom ekvivalentné. V prípade grafov platí u homoklinickej trajektórie len jednostranná implikácia a v prípade dendritov je situácia ešte komplikovanejšia. Autori sa taktiež pristavujú pri pojmoch podkovy a homoklinickej trajektórie, ktoré nemajú úplne jednoznačnú interpretáciu v uvažovaných priestoroch. Autori preto ponúkajú tri verzie prvého pojmu a dve druhého. Za hlavný výsledok práce považujem Theorem 2, kde sú ukázané vzájomné vzťahy medzi kladnou topologickou entropiou a existenciou jednotlivých foriem podkovy, či homoklinickej trajektórie pre dendritové zobrazenia. Otvoreným problémom zostáva, či existencia podkovy s prienikom koncových bodov implikuje existenciu homoklinickej trajektórie.

Z. Kočan: On chaos on one-dimensional compact metric spaces. Zasláné na publikovanie.

Nadväzujúc na predchádzajúci článok, autor skúma koexistenciu rôznych foriem chaotického správania, akými sú: kladná topologická entropia, existencia podkovy, existencia homoklinickej trajektórie, rôzne typy chaosu podľa Liho a Yorka, rôzne typy omega-chaosu a jeden typ distribučného chaosu. Po diskusii ohľadne všeobecnej situácie na kompaktnom metrickom priestore autor prechádza ku konkrétnym výsledkom na intervale, stromoch, grafoch a hlavne na dendritoch. Hlavným výsledkom je Theorem 5.1, kde sú ukázané vzájomné implikácie medzi uvažovanými formami chaosu. Otvorenými problémami ostáva, či existencia nespočítateľnej omega-chaotickej množiny implikuje distribučný chaos alebo existenciu nekonečnej Liho-Yorkovej chaotickej množiny a či distribučný chaos implikuje existenciu nekonečnej Liho-Yorkovej chaotickej množiny.

Po analýze jednotlivých publikácií prezentovaných v predloženej habilitačnej práci môžem konštatovať, že autor, či už sám (štyri články), alebo v spoluautorstve (dva články), dosiahol rozhodne netriviálne výsledky, ktoré sú zaujímavé pre teóriu dynamických systémov, ako je aj dobre viditeľné z množstva citácií na prezentované práce. Vysoký počet citácií podľa mojej mienky tiež viac než vyvažuje na prvý pohľad menší publikačný výstup predkladateľa. Autorovi tohoto posudku je predkladateľ tiež dobre známy ako častý aktívny účastník medzinárodných vedeckých konferencií z oblasti dynamických systémov a takto ho pozná aj početná medzinárodná vedecká komunita pracujúca v danej problematike. Po zhodnotení všetkých relevantných ukazovateľov rozhodne odporúčam predloženú habilitačnú prácu k obhajobe a takisto odporúčam menovanie RNDr. Zdeňka Kočana, Ph.D. docentom v odbore Matematika - Matematická analýza.

V Banskej Bystrici dňa 5. mája 2011



doc. RNDr. Roman Hric, PhD.