

Posudek habilitační práce

Sergei Trofimchuk, Ph.D.

Studies of Dynamics of Some Scalar Delayed Models

Habilitační práce pana Sergeje Trofimchuka je zaměřena na aktuální oblast teorie a aplikací diferenciálních rovnic obsahujících zpoždění nezávislé proměnné. Sestává ze stručného popisu problematiky a shrnutí dosažených výsledků (strany 5-25 habilitační práce) a dále z devíti publikovaných prací, citovaných jako práce T1-T9, na kterých se jako spoluautor podílel. Práce T1, T2, T3, T5, T6, T7 a T8 jsou vesměs publikovány v uznávaných časopisech vysoké úrovně. Práce T4 je publikována ve sborníku konference a práce T9 je z letošního roku umístěná na serveru arXiv.org.

Úvod do problematiky na straně 4 je krátký, nicméně výstižný a přesně zasazující problematiku habilitační práce do širších souvislostí. Rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t, u_t), \quad (t, x) \in \mathbb{R}^2, \quad u \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

kde $u = u(x, t)$, $u_t(x, s) = u(x, t + s)$, $s \in [-\tau, 0]$ a $f(t, \varphi)$ je nelineární funkcionál, formálně sjednocuje (pomocí vhodného výběru funkcionálu f) řadu výsledků předložených v habilitační práci.

První část habilitace se věnuje výsledkům souvisejícím s problematikou vlastností řešení konkrétních typů rovnice (1) jako jsou například diferenciální rovnice s maximy, rozšířeními Halanayeovy nerovnosti a tzv. 3/2 kritéria stability Yorkeho. Výsledky této části jsou obsaženy v pracích T2, T3, T4, T7, T9. V těchto pracích jsou, mj., uvedeny originální výsledky o globální stabilitě rovnic

$$u'(t) = au(t) + bf(t, u_t) \quad (2)$$

a

$$u'(t) = au(t) + b \max_{s \in [t-h, t]} u(s) + f(t).$$

V této souvislosti byla kladně vyřešena úloha o existenci či neexistenci rovnice tvaru (2) mající několik periodických řešení. Tato rovnice má tvar (viz rovnice (7) v habilitační práci)

$$u'(t) = - \max_{s \in [t-3\pi/2, t]} \{u(s)\} - \sin t + \max_{\tau \in [t-3\pi/2, t]} \{\cos \tau\}.$$

Věta 1 je, mj., podstatným zobecněním podmínek stability tzv. 3/2-kritéria Yorkeho. Také další výsledky této části, uvedené ve větách 2-5 jsou novými

výsledky (vztaženo k době publikování výsledků) doplňujícími a rozšiřujícími dřívější výsledky jiných autorů.

Druhá část habilitace, tvořená některými výsledky (uvedenými ve větách 6,7 a 11) prací T2, T4, T5, T6, T7, se týká diferenciálních rovnic dynamiky populací a rozšíření a Wrightovu 3/2 kritériu stability. Je zkoumána stabilita a nestabilita rovnic tvaru

$$x'(t) = -\delta x(t) + f(t, x_t) \quad (3)$$

i rovnic více obecnějších než rovnice (3). Autor v závěrečné větě (Věta 11) této části formuluje výsledek o stabilitě pro obecnou rovnici

$$x'(t) = f(t, x_t). \quad (4)$$

Jejími speciálními případy jsou tvrzení Yorke a Wrighta o 3/2 stabilitě.

Závěrečná, třetí část habilitace, se zabývá jednoznačností monostabilní hranice běžící vlny pro zpožděné diferenciální rovnice populační dynamiky typu reakce-difúze. Je sestavena na základě výsledků, publikovaných v pracích T1 a T8. Tato část obsahuje dvě části. Jednak se zabývá revizí teorie Diekmanna-Kapera nelineárních konvolučních rovnic, viz Věta 12. Nová verze teorie Diekmanna-Kapera nelineárních konvolučních rovnic umožňuje uvažovat nové typy modelů, zahrnuje také tzv. kritický případ a platí za slabších podmínek.

Dále se tato část věnuje novému přístupu k problému o vlnové jednoznačnosti. V této souvislosti je zkoumán speciální případ rovnice (1)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(u_t(\cdot, x)), \quad (t, x) \in \mathbb{R}^2, \quad u \in \mathbb{R}$$

a výsledky jsou shrnuty ve Větě 13 a v Důsledku 14. Důležitý je také výsledek o existenci a jednoznačnosti pro rovnici

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u(t, x) + g(u(t-h), x)$$

formulovaný v Důsledku 16.

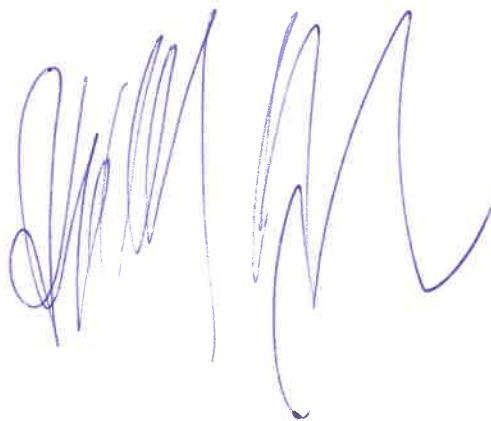
Pan Sergej Trofimchuk hluboce pronikl do problematiky, ve které patří k předním světovým odborníkům. Předností habilitační práce je, že uvažované třídy rovnic často vznikly jako matematické modely popisující konkrétní jevy a využívají obyčejné a parciální diferenciální rovnice se zpožděním. Vědecké výsledky pana Sergeje Trofimchuka uvedené v habilitační práci jsou významným pokrokem ve studiu dynamiky skalárních modelů s časovým zpožděním.

Habilitační práce má bohatý obsah; autor na dosažených výsledcích pracoval více než 20 let. Pojítkem většiny dosažených výsledků je již zmíněná

rovnice (1). Výsledky předložené v práci jsou hluboké, často zásadním způsobem zobecňují dřívější kriteria, která se zdála být již v konečném tvaru. Přiložené publikované práce jsou precizně napsané, vyznačují se jasným vymezením problému a výstižným nástinem souvislostí s jinými publikovanými výsledky. Habilitační práce přesvědčivě dokazuje, že její autor je vyžrálou osobností a splňuje všechny nutné předpoklady k úspěšné habilitaci. Práce vyhovuje všem obvyklým požadavkům kladeným na habilitačné práce v oblasti matematiky, proto ji k obhajobě doporučuji.

V rámci rozpravy navrhuji, aby uchazeč vzhledem k tomu, že většina výsledků platí pro rovnice ve skalárním tvaru nastínil možná zobecnění některých jeho výsledků na systémy rovnic a také, aby uvedl, které výsledky, uvedené v habilitační práci, považuje za nejvíce významné. Všechny publikované práce mají více než jednoho autora. Proto by uchazeč měl stručně uvést svůj přínos v publikovaných pracích. Práce T2-T7 byly publikovány v letech 2000-2003 a práce T1 v roce 2012. Vzhledem k dřívějšímu datu jejich publikování by uchazeč by měl také uvést, zdali na výsledky těchto prací navázali další autoři a jak je případně dále rozvinuli.

V Brně, dne 14. 12. 2021



Prof. RNDr. Josef Diblík, DrSc.,
Vysoké učení technické v Brně,
Fakulta stavební,
Ústav matematiky
a deskriptivné geometrie,
Veveří 331/95, 60200, Brno