

Oponentský posudek na habilitační práci
pana doc. RNDr. Ľubomíra Snohy, DSc:

Chaos, topological entropy and minimality in discrete dynamics

Ne příliš dávno jsem posuzoval doktorskou disertační práci pan doc. Ľ. Snohy, na jejíž základě získal v Akademii věd České republiky vědecký titul doktora věd v oblasti matematické analýzy.

Práce, kterou pan doc. Ľ. Snoha předkládá, je zaměřena na průzkum různých vlastností dynamických systémů generovaných iterováním spojitých zobrazení (na kompaktním intervalu nebo topologickém prostoru) z hledisek chaotického chování, topologické entropie a minimality. Připojeno je 6 publikovaných prací autora, které jsou velmi fundovanou, matematicky složitou ilustrací k souhrnu, který habilitačnímu spisu předchází.

Stejně jako v případě Snohovy doktorské disertace i habilitační spis je podložen šesti vědeckými spisy; tři z nich jsou zde jiné a je velmi pozoruhodné, že nová šestice velmi dobře dokumentuje autorovo úspěšné vědecké působení v oblasti dynamických systémů z jiných pohledů.

V dalším se stručně zmíním o jednotlivých přiložených vědeckých pojednáních (uvádím je dle autorova seznamu spolu s jejich názvy).

[1] Generic chaos.

Spojité zobrazení $f: I \rightarrow I$ na kompaktním intervalu I , které je genericky chaotické (definici neuvádím, je typograficky složitější) je v této práci podrobně charakterizováno. Uvedena je celá řada vlastností, které jsou s generickou chaotičností ekvivalentní. Autor uvádí též výsledky, které se vztahují k topologické entropii a periodám periodických bodů pro genericky chaotická zobrazení.

[2] Dense chaos

V práci se ukazuje, že pojmy generického chaosu a hustého chaosu si jsou podobné. Hustý chaos je v této práci snad poprvé zaveden. Jsou získány podmínky, které jsou hustému chaosu ekvivalentní a ukazuje se, že pro po částech monotonní spojitě funkce zobrazující nějaký reálný interval I do sebe pojmy hustého a generického chaosu splývají.

[3] Topological entropy of nonautonomous dynamical systems.

S motivací z oblastí náhodných dynamických systémů, posloupnostní entropie a kosých součinů se zavádí topologická entropie pro posloupnost $\{f_n\}$ spojitých zobrazení na kompaktním topologickém prostoru (to je pojem neautonomního dynamického systému). Definuje a studuje se asymptotická topologická entropie. Ukázáno je, že v případě autonomních dynamických systémů (jediné zobrazení místo posloupnosti) je entropie komutativní. Vyšetřuje se topologická konjugovanost neautonomních dynamických systémů

(topologická a asymptotická topologická entropie jsou invariantní vůči topologické ekvikonjugovanosti) a uvedeno je mnoho dalších výsledků, které se projeví i v případě autonomního dynamického systému.

[4] Topological entropy of Devaney chaotic maps

Zde se studují v různých prostorech transitivní nebo chaotická zobrazení v Devaneyově smyslu z hlediska infima či minima jejich topologické entropie. Práce je orientována na chaotická zobrazení na discích, torech a sférách libovolné dimenze. Je-li f Devaneyovo chaotické spojitě zobrazení v kompaktním metrickém prostoru X bez izolovaných bodů, pak lze f rozšířit na trojúhelníkové zobrazení F v kartézském součinu X a $[0,1]$, které je rovněž chaotické v Devaneyově smyslu, má stejnou topologickou entropii jako f a množiny $X \times \{0\}$, $X \times \{1\}$ jsou invariantní vzhledem k F . Hlavní výsledky práce jsou založené na tomto tvrzení.

[5] Noninvertible minimal maps.

Nechť pro kompaktní metrický prostor X spojitě zobrazení $f: X \rightarrow X$ je minimální, tj. pro každé x v X je jeho trajektorie („forward orbit“) hustá. Studuje se vztah mezi minimalitou, invertovatelností a otevřeností zobrazení f . Pro minimální zobrazení f jsou otevřenost, invertovatelnost a to, že f je homeomorfismus ekvivalentní. Každé minimální f je „skoro“ jedno-jednoznačné. Odvozeno je mnoho dalších jemných výsledků.

[6] Stroboscopic property in topological dynamics

Stroboskopická vlastnost se týká problému, který položil M. Misiurewicz a týká se minimální akce spojitě zobrazení f na kompaktním metrickém prostoru X . Dvojice (X, f) má Misiurewiczovu stroboskopickou vlastnost, když platí: pro rostoucí posloupnost A přirozených čísel $n_1, n_2, \dots$ označme $\omega_f(A, x)$ množinu všech hromadných bodů posloupnosti iterací $f^{n_1}(x), f^{n_2}(x), f^{n_3}(x), \dots$. Sjednocení množin $\omega_f(A, x)$ přes všechny prvky x v X , pro je rovno X . Ukazuje se, že existují minimální koso-součinnové homomorfizmy na tóru X a topologicky slabě mixující subposunutí s hustou množinou periodických bodů bez stroboskopické vlastnosti. Mnoho důležitých tříd dynamických systémů ale stroboskopickou vlastnost má. Takové jsou kupříkladu topologicky mixující dynamické systémy.

Z předložené habilitační práce vyplývá, že pan docent Snoha je vědecky erudovanou matematickou osobností. Jeho výsledky jsou na velmi vysokém standardu, byly zveřejněny v respektovaných časopisech. Práce v plné míře vyhovuje požadavkům stanoveným v zákoně 111/1998 Sb.

Konstatuji, že pan doc. RNDr. Lubomír Snoha, DSc je zralou vědeckou osobností a doporučuji, aby předložená práce byla přijata coby práce habilitační v oblasti matematické analýzy a aby na jejím základě, s přihlédnutím k dalším okolnostem pedagogickým, byl jmenován docentem.

V Praze, 24. dubna 2006

