

Posudok oponenta na dizertačnú prácu

Mgr. Zuzana Roth: Various types of chaos and entropy in dynamical systems

Jadro predloženej práce tvoria štyri vedecké články - dva publikované v časopise *International Journal of Bifurcation and Chaos*, jeden prijatý na publikáciu v časopise *Studia Mathematica* (potvrdenie o prijatí na publikáciu je priložené ako súčasť práce), a jeden preprint zverejnený na *arxiv.org*. Predkladateľka je samostatnou autorkou jedného publikovaného článku, ďalšie práce sú napísané v spoluautorstve, pričom potvrdenia o podiele predkladateľky, resp. spoluautorov a spoluautoriek sú priložené ako súčasť práce. V tejto súvislosti je potrebné poznamenať, že oba spomínané časopisy patria medzi kvalitné matematické periodiká.

Uvedené články v práci predchádza niekoľko krátkych doplnujúcich a vysvetľujúcich kapitol.

Úvodná kapitola stručne zasadzuje prácu do kontextu dynamických systémov a teórie chaosu. Aj z daného krátkeho historického prehľadu sa dá vidieť, že zatiaľ čo prekursori matematického pojmu chaosu môžeme nájsť už u Poincarého, či dokonca Keplera, jedná sa o disciplínu prudko sa rozvíjajúcu hlavne zhruba posledné polstoročie a v súčasnosti je veľmi živá.

V nasledujúcej kapitole predkladateľka uvádza motiváciu svojho výskumu. Existuje viacero neekvivalentných definícií chaosu popisujúcich mierne odlišné typy komplikovaného správania sa dynamických systémov - chaos v zmysle Liho a Yorka (LY-chaos), niekoľko variant distribučného chaosu (DC-chaos), ako aj niekoľko druhov entropie. Tu ma najviac zaujal nový koncept tzv. férovej entropie. Všetky potrebné definície predkladateľka uvádza v tretej kapitole.

Ďalšia kapitola predstavuje zhrnutie hlavných výsledkov článkov obsiahnutých v práci. Nebudem uvádzať všetky výsledky, pristavím sa iba pri niekoľkých vybratých, najzaujímavejších z môjho subjektívneho pohľadu. Medzi základné problémy matematickej teórie chaosu patrí vyjasniť vzťahy medzi rôznymi druhmi chaosu, a tiež otázka ako jednotlivé druhy chaosu súvisia s rôznymi dynamickými vlastnosťami. Z tohto pohľadu ma zaujal výsledok z prvého článku, kde je skonštruovaný distálny DC3-chaotický systém - takýto systém automaticky nemôže byť LY-chaotický, čo je zaujímavé v kontexte toho, že DC1-chaos ako aj DC2-chaos, implikujú LY-chaos. Vzťahom medzi tromi typmi DC-chaosu špeciálne na dendritoch sa venuje druhý článok, kde autorka ukazuje, že situácia je komplikovanejšia ako v prípade intervalu, či grafov.

Nasledujúce dva články sa venujú rôznym formám entropie (kladná entropia je tiež indikátorom chaotického správania sa). V treťom článku autori zavádzajú nový invariant topologickej konjugácie, HausLip konštantu, ktorý udáva horné ohraničenie topologickej entropie systému. Výsledok je získaný netriviálnym narábaním s hausdorffovskou dimenziou a lipschitzovskými konštantami vzhľadom na vhodne zvolené metriky pre dve významné triedy dynamických systémov - lineárne zobrazenia tórusu a expanzívne zobrazenia kompaktných priestorov. Tu ma, okrem iného, zaujal dôsledok na konci článku, ktorý hovorí, že ak kompaktný priestor pripúšťa pozitívne expanzívne zobrazenie, tak má nevyhnutne konečnú topologickú dimenziu.

Posledný článok zovšeobecňuje nový pojem férových mier. Pomocou týchto mier je možné definovať nový typ mierovej entropie, férovú entropiu, a takto získať dolný odhad topologickej entropie.

Po zhrnutí hlavných výsledkov nasleduje kapitola o otvorených problémoch prirodzene sa viažucich k uvedenému. Týmto sú načrtnuté aj možné smery ďalšieho výskumu.

Práca je ďalej doplnená o zoznamy publikácií, citácií, prezentácií predkladateľky a, samozrejme, bibliografické údaje použitej literatúry.

Ako je už asi zrejmé aj z vyššie uvedeného popisu, dosiahnuté výsledky považujem za kvalitné a zaujímavé, sú publikované v medzinárodne uznávaných periodikách. Predkladateľka preukázala schopnosť samostatnej tvorivej činnosti, ako aj vedeckej spolupráce, na ktorej môže stavať svoje ďalšie vedecké pôsobenie. K práci nemám žiadne obsahové pripomienky. Preto navrhujem posudzovanú dizertačnú prácu na obhajobu a po úspešnej obhajobe navrhujem predkladateľke udeliť vedeckú hodnosť *philosophie doctor*.

V Banskej Bystrici dňa 14. mája 2019



doc. RNDr. Roman Hric, PhD.

Katedra matematiky

Fakulta prírodných vied

Univerzita Mateja Bela

Banská Bystrica