KOMENTÁŘ K POSUDKU PROF. BRUNOVSKÉHO NA DIZERTAČNÍ PRÁCI BARBORY VOLNÉ

Dizertačná práca pozostáva z troch článkov, uverejnených v matematických vedeckých časopisoch, doplnených úvodným súhrnom výsledkov.

Práca [P1] (podľa zoznamu z úvodu) je venovaná dynamickému IS-LM ekonomickému modelu. Motivovaná Kaldorovým modelom trhových cyklov dizertantka ukazuje, že predovšetkým vhodnou voľbou IS-kriviek možno dosiahnuť, aby model mal viacero rovnovážnych stavov. Hlavnou náplňou práce je návrh viacerých explicitnými vzorcami daných takýchto IS a LM kriviek a kvalitatívna analýza fázovej roviny pre ne.

V práci [P2] autorka skúma ten istý model s cieľom doložiť prítomnosť relaxačných oscilácií pri extrémnme pomalej dynamike úrokovej miery. Predmetom práce [P3] je systematické skúmanie prítomnosti chaosu vznikajúceho pri "Eulerovom vetvení" rozličných typov dvojíc rovinných vektorových polí.

V práci je predložený rad výsledkov, ktoré nasvedčujú na dizertantkinu tvorivosť, schopnosť pružne reagovať na aktuálne témy a osvojiť si nové techniky. Jej prínos vidím v myšlienke použitia Kaldorových podmienok v IS-LM modeli a najmä v pokuse o systematickú klasifikáciu dvojíc rovinných vektorových polí z hľadiska Rainesovej-Stockmanovej myšlienky konštrukcie chaosu.

Práca má nanešťastie aj rad závažných nedostatkov a chýb. V koncentrovanej podobe sú prítomné v Definícii 1.3 práce [P1], týkajúcej sa čiar IS: $I(Y,R) = S(Y,R)$ a LM: $L(Y,R) = M_S$. Preto ju citujem: Tato definice je citována z dizertační práce Lenky Barákové-Přibylové, není to můj výsledek, nýbrž výchozí bod dalšího studia.

The sufficient condition of existence at least one intersection point of the curve IS and of the curve LM are

- *for some fixed* $Y \in (-\infty, \infty)$

$$\lim_{R\to\infty} [I(Y,R) - S(Y,R)] = -\infty$$

$$\lim_{R\to-\infty} [I(Y,R) - S(Y,R)] = \infty$$

- *for some fixed* $R \in (-\infty, \infty)$

$$\lim_{Y\to\infty} L(Y,R) = \infty$$

$$\lim_{Y\to-\infty} L(Y,R) = -\infty$$

Predovšetkým to nie je definícia, ale tvrdenie. Toto je otázka pohledu. V matematické literatuře, obzvlášť u postačujících nebo nutných podmínek a u ekvivalentních definic, se definice nějakého pojmu může vyjádřit jako tvrzení. Jako příklad mohu uvést autory A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin. Celá sekce 1 článku [P1] obsahuje pouze základní definice a označení. Připouštím, že použití rétoriky "zavedení modelu s předpoklady" by pro čtenáře mohlo být vhodnější. Dôkaz chýba, hoci inde sa dokazujú tvrdenia, ktoré sú viac-menej zrejmé. Důkaz prováděla Lenka Baráková ve své práci, zde je pouze citace. Tvrdenie navyše neplatí, ako ukazuje protipríklad

$$I(Y,R) - S(Y,R) = 1/3Y - 2R$$

$$L(Y,R) = 1/3Y - 2R, M_S = 1$$

Ten navyše spĺňa aj predpoklady na funkcie z Definície 1.2, ktorá tiež nie je definíciou v pravom zmysle slova, ale zavedením označenia. Z uvedeného zápisu protipříkladu není zřejmé, zda je myšleno

$$I(Y,R) - S(Y,R) = L(Y,R) = \frac{1}{3Y} - 2R$$

nebo

$$I(Y,R) - S(Y,R) = L(Y,R) = \frac{1}{3}Y - 2R$$

V prvním případě funkce L nesplňuje podmínku $\frac{\delta L}{\delta Y} > 0$, v druhém případě je pak příslušná funkce, jejíž grafem je křivka IS rostoucí, což je z ekonomického hlediska velice nestandardní. Funkce, jejíž grafem je křivka IS, by měla být "globálně" klesající, přestože může mít části, kde je rostoucí. Obecně se jedná o to, že pro funkce, které jsou z ekonomického hlediska relevantní, a tedy přicházejí v úvahu při tvorbě modelu, je tato podmínka v pořádku. Predpoklady o správaní funkcie L pri $Y \to \infty$ nemajú ekonomickú intepretáciu, pretože Y predsatvuje HDP, ktoré nemôže byť záporné. Jedná se o matematický popis obecných funkcí, které mohou být definovány i pro záporné hodnoty R a Y. Při analýze se poté bere v úvahu relevantní rozsah proměnných, jak je ostatně v práci [P1] zkoumáno a popisováno. I u lineární verze modelu IS-LM, kde křivky IS a LM jsou přímky a přirozeně příslušné funkce jsou definovány i pro záporné hodnoty, tento matematický zápis může být použit s tím, že jsou uvažovány pouze kladné hodnoty Y a R. Navíc dále v práci [P1] jsou podmínky modifikovány pro konkrétné definiční obory nově definovaných funkcí, a je diskutována relevance příslušných singulárních bodů. V neposlednej miere je zlá aj angličtina, ktorá miestami prekáža presnému porozumeniu textu (tu "The" naznačuje jedinečnosť podmienok).

Celkom zlá je práca [P2]. Dizertantka sa podľa všetkého iba povrchne zoznámila s teóriou singulárnych peturbácií, na ktorej by mala byť založená. Úplne totiž ignoruje "pomalú" dynamiku na IS čiare a tak vôbec nie je jasné, čo vlastne na Obrázku 3 vyjadrujú šípky na nej. A naozaj, až korektná analýza pomocou preškálovania času $t \to \varepsilon t$ ukáže, ako šípky majú vyzerať a že relaxačné oscilácie vzniknú iba pri určitej polohe LM krivky. Tá však na obrázku vôbec nie je zakreslená. Nevím, co na to říct - jen tolik, že mám dojem, že se panu oponentovi nelibí to, že "relaxační oscilace" řeším pravděpodobně jiným způsobem než je obvyklé. V práci [P2] je tvar a možná poloha křivky LM vykreslena na obrázku 2, stabilita a nestabilita oblouků křivky IS je řešena v Proposition 3.1 a popis vektorového pole, tj. příslušné šipky z obrázku 3 a popis "pomalé" dynamiky na stabilních obloucích křivky IS, je uveden v důkazu Theoremu 3.1. Všude se odvolávám na příslušné obrázky. Čo presne značí "the velocity of the moving points is finite near the IS curve and infinitely large elsewhere" a čo presne je relaxačný cyklus si vyžaduje presnú definíciu, ktorá v práci chýba, hoci je v teórii singluárnych perturbácií k dispozícii. U obecně známých pojmů, jevů a dynamiky (mezi které relaxační oscilace řadím) nepředpokládám, že je v článku nutné explicitně uvádět definici.

V argumentoch práce [P3] sa dizertantka často odvoláva na obrázky, ktoré sú zostavené z fázových portrétov lienárnych vektorových polí bez toho, že by ich linearitu predpokladala. Toto není pravda. Na uvedené obrázky se odvolávám pouze u vysvětlujících komentářů a poznámek, nikoliv v důkazu. Navíc všude je uvedeno, že se jedná o ilustrativní obrázky, tzn. pouze ilustruji danou situaci v okolí singulárního bodu x^*, kdy ilustrace bývá nejsrozumitelnější na lineárních vektorových polích. Navíc, ne všechny obrázky vykreslují lineární případy. Vo všeobecnosti však fázové portréty nemusia mať vlastnosti, ako napríklad absenciu inflexných bodov trajektórií, ktoré dizertantka mlčky predpokladá, Preto alternatívy (1),(2) v dôkaze Vety 3.1 nie sú vyčerpávajúce, x^* môže byť hromadným bodom priesečníkov trajektórií vektorových polí f, g. Na obrázku 21 môže modrá trajektória z bodu x^* smerovať aj do kvadrantu II. Linearitu nepředpokládám, absenci inflexních bodů také ne. V celé části 3 článku [P3] (potažmo v celém článku) předpokládám hyperbolicitu singulárních bodů větve f a g a také to, že dané singulární body neleží v tomtéž bodě roviny, přesněji $f(x^*) = 0$, $g(y^*) = 0$ pro $x^* \neq y^*$, navíc také, že řešení větve g je neomezené na kouli $\bar{B}_\delta(x^*)$ a $g(x^*) \neq 0$ pro $x \in \bar{B}_\delta(x^*)$, jak je ostatně mnohokrát v průběhu textu připomínáno. Případ inflexního bodu, tedy kdy na obrázku 21 modrá trajektorie směřuje do kvadrantu II, je v práci [P3] opomenut, ale to z toho důvodu, že tento případ (tedy, když modrá trajektorie jde do kvadrantu II) je totožný s případem, který dokazovali Stockman a Raines ve své práci. Já jsem se zaměřila na případy, které dokazovány nebyly. Je ale pravda, že to v práci [P3] mělo být poznamenáno.

Všeobecne v práci nezriedka nie sú udané rozsahy premených a znamienka parametrov. U konkrétních funkcí (práce [P1]) jsou rozsahy proměnných i parametrů uvedeny - např. definice 2.1, 2.2 a 2.3, u obecných funkcí jsou rozsahy uvedeny v rámci možností - např. rozsah parametrů dynamiky u obecné definice modelu IS-LM je vždy $\alpha > 0, \beta > 0$. Navíc celá část 3 práce [P1] diskutuje parametry modelu tak, aby uvažované funkce byly definovány a měly z ekonomického pohledu smysl. Takto napríklad v Definícii 2.1 môžu investície I nadobúdať záporné hodnoty, čo nedáva zmysel. Podle této definice mohou investice nabývat záporných hodnot pro velkou úrokovou míru, obdobně jako u definice standardní lineární funkce investic $I = I_a - bi$, kde i je úroková míra, $b > 0$ je parametr citlivosti investic na úrokovou míru, $I_a \geq 0$ jsou autonomní investice. Vždy se u takovýchto definic berou v úvahu rozsahy proměnných, které mají v daném modelu ekonomický smysl, stejně tak u definice 2.1. Navíc v krajním případě i negativní investice jsou přípustné z pohledu makroúrovně (a model IS-LM je makrekonomický model) - tzv. negativní nezamýšlené investice - viz např. D. Bauerová, L. Hrbáč: Matematická ekonomie II, skripta VŠB, Ekon. fak. Ostrava 1995. Remark 2.5 je nezrozumiteľný, odvolávať sa na "some consideration" bez ich špecifikácie nie je v matematike zvykom. V této poznámce možná nejsou zvolena nejvhodnější anglická slova, ale celá tato poznámka je specifikace, resp. vysvětlení, proč je definice zavedena tak, jak je zavedena - tedy specifikace. Veľký záporný úrok sa v práci vyskytuje často a ekonomicky nie je predstaviteľný. Tzv. "velký" úrok se v práci vyskytuje pouze v článku [P1] u ilustrativních příkladů - ostatní obrázky jsou bez jednotek. Dle mého názoru ilustrativní obrázky slouží k ilustraci kvalitativního chování, nikoliv kvantitativního. Možná nebyla čísla v uváděných příkladech zvolena nejšťastněji, ale není problém úrokovou míru přeškálovat a chápat jednotky na vertikální ose např. v desetinách procent, nikoliv v procentech. V práci [P1] sa dizertantka nesnaží navrhnuté vzorce pre konkrétne IS-LM funkcie ekonomicky zdôvodniť, výnimkou je odsek 6 práce [P1] o možnosti kalibrácie regresiou, ktorý však zostáva v deklaratívnej rovine. Celá práce [P1] je zaměřena na to, aby byly vytvořeny takové funkce, které odpovídají ekonomické představě, jak mají být dané veličiny modelovány, zda je možné předpoklady kladené na model splnit, obsahuje mnoho tvrzení, poznámek a vysvětlujících komentářů zabývajících se tímto, což je vlastně celé ekonomická interpretace uváděných funkcí. Jsem přesvědčena, že do matematicky zaměřeného časopisu nepatří sáhodlouhé ekonomické analýzy, které by nebyly pro čtenáře zajímavé, navíc by uvažovaný článek byl nepřiměřeně dlouhý. To byl také důvod, proč jsem ve větší míře dané funkce ekonomicky neanalyzovala. Nicméně takováto analýza existuje a zabývá se tím má diplomová práce na EKF VŠB Ostrava.

Záverom konštatujem, že dizertantka čo do objemu a tvorivému prístupu s úspešným vyústením v podobe troch publikácií vytvorila dielo, ktoré má potenciál splniť požiadavky na dizertačnú prácu. V predoloženej podobe však má nedostatky, ktoré nie sú s dizertáciou na získanie hodnoti PhD v matematike zlučiteľné. Preto za najlepšie riešenie považujem, aby dizertantka prácu dopracovala tak, aby plne zodpovedala kritériám na matematickú dizertáciu a až potom ju predložila na obhajobu. Bude to užitočné aj pre jej ďalšiu profesionálnu dráhu.

Závěrem bych chtěla vyjádřit přesvědčení, že pan oponent zcela ignoruje 80% přínosu práce - jako je např. nově formulované modely, nové ekonomické aplikace daných dynamických jevů, prozkoumání chaotického chování v dynamickém modelu generovaného pomocí Eulerovy rovnice větvení. Některé uváděné připomínky jsou přínosné, a upozorňují na některá drobná opomenutí, či pochybení, nicméně nejsou dle mého názoru z hlediska celkové práce a myšlenky, kterou by to mělo přinést, nikterak zásadní. Jako podklad k tomuto přesvědčení mohu doložit vyjádření 2-3 recenzentů u každého uváděného článku. Tato recenzní řízení probíhala řádově 6-12 měsíců a bylo v jejich průběhu zapracováváno mnoho připomínek a požadavků ze stran recenzentů.

20. 5. 2015

Barbora Volná

Barbora Volná