

Posudok oponenta na dizertačnú prácu RNDr. Z. Kočana

„Triangular maps of the square“

V teórii diskretných dynamických systémov generovaných spojitými zobrazeniami reálneho kompaktného intervalu do seba je známych viacero podmienok, ktoré charakterizujú systémy s nulovou topologickou entropiou (autor spomína až 50). Ako je však dobre známe, tieto charakteristiky nemožno preniesť automaticky do dvojrozmerného prípadu, napríklad na systémy generované spojitými zobrazeniami jednotkového štvorca do seba. Nemusia platiť dokonca ani v prípade, že príslušné zobrazenie je trojuholníkového typu, ako ukazuje napríklad konštrukcia trojuholníkového zobrazenia typu 2^∞ s kladnou topologickou entropiou z práce Kolyadu [1].

Predložená dizertačná práca je reakciou na problém postavený v [2] A.N. Šarkovským v r. 1989, ktoré zo spomínaných vzťahov zostanú v platnosti pre trojuholníkové zobrazenia jednotkového štvorca do seba. Práca sa skladá z troch častí, úvodu a dvoch prác, z ktorých jedna je publikovaná a druhá je predložená do časopisu.

V prvej práci *The problem of classification of triangular maps with zero topological entropy*, *Annales Mathematicae Silesianae* 13(1999), 181-192 sa autor sústredil na trojuholníkové zobrazenia jednotkového štvorca vo všeobecnosti a pre ne analyzoval vzťahy medzi 8 podmienkami, ktoré sú v prípade kompaktného reálneho intervalu ekvivalentné s tým, že zobrazenie má nulovú topologickú entropiu. Ukázalo sa, že podmienky: „každý cyklus je mocninou dvojky“, „každý cyklus je jednoduchý“ a „topologická entropia zobrazenia zúženého na množinu periodických bodov je nula“ sú aj tu ekvivalentné, ale nie sú už ekvivalentné napríklad s podmienkou „zobrazenie nemá homoklinickú trajektóriu“, ktorá je slabšia. V práci sa podarilo dosiahnuť viacero pozitívnych výsledkov, dve implikácie ostali otvorené. Ukázalo sa však, že riešiť Šarkovského úlohu vo všeobecnosti pre trojuholníkové zobrazenia je ťažký problém. Preto sa v práci *„Triangular maps non-decreasing on fibres“* autor zameril na trojuholníkové zobrazenia typu $F(x,y) = (f(x), g_x(y))$, kde $g_x(\cdot)$ je pre každé $x \in [0,1]$ neklesajúca funkcia. Pre triedu takýchto zobrazení znovu analyzoval až 24 podmienok, ktoré sú pre zobrazenia intervalu ekvivalentné s nulovou topologickou entropiou zobrazenia. Ukázal, že v prípade systémov generovaných takýmto trojuholníkovým zobrazením je najslabšia z nich „neexistencia homoklinickej trajektórie“, najsilnejšie sú dve navzájom neporovnateľné podmienky: „ F je nechaotická na množine $CR(F)$ (chain recurrent points)“ a „každá ω -limitná množina zobrazenia F obsahuje jedinú minimálnu množinu“. Ostatné vzťahy sú prehľadne zobrazené v záverečnom diagrame, kde ostávajú ako otvorený problém iba dve implikácie. Ekvivalencia z jednorozmerného prípadu sa zatiaľ potvrdila len medzi trinástimi vlastnosťami a jednou dvojicou.

Spracovanie tohoto veľkého počtu vzťahov vyžadovalo okrem vynikajúcej orientácie v existujúcej literatúre komplikované vlastné konštrukcie príkladov trojuholníkových zobrazení. Napriek tomu je práca napísaná prehľadne, autor viaceré príklady zjednodušil použitím metód symbolickej dynamiky.


Dosiahnuté výsledky sú podľa môjho názoru nové a správne a sú prínosom pre teóriu diskretných dynamických systémov, o čom svedčí fakt, že sa jedná o významný pokrok v riešení vyše desaťročného známeho problému .

Predložená práca je kvalitná a preto navrhujem po úspešnej obhajobe udeliť uchádzačovi titul Ph.D.

Referencie:

- [1] Kolyada, S.F. , *On dynamics of triangular maps of the square*, Ergodic Theory Dynam. Syst. 12(1992), 749-768.
- [2] Kolyada, S.F., Šarkovskij, A.N., *On topological dynamics of triangular maps of the plane*, Proceedings ECIT-89, Batschuns, Austria, World Scientific Singapore 1991, 177-183.

V Bratislave, 10. 9.2002


Doc. RNDr. Katarína Janková, CSc.
Katedra teórie pravdepodobnosti a mat. štatistiky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK
Mlynská dolina , Bratislava