

Posudok na odbornú, vedeckú a pedagogickú činnosť

RNDr. Marty Štefánkovej, PhD.

ku jej menovaniu za docentku

1. Posudok na habilitačnú prácu “Marta Štefánková: Chaotická zobrazení kompaktních metrických prostorů”

Diskrétny dynamický systém je deterministický v tom zmysle, že evolúcia systému je určená konkrétnym zobrazením, takže súčasnosť (počiatočný stav) úplne určuje budúcnosť (doprednú orbitu systému). Zároveň sú však mnohé dynamické systémy chaotické v tom či onom zmysle. Z matematického hľadiska je chaos ne-jednoznačný pojem, existuje množstvo navzájom neekvivalentných definícií chaosu. Je to pochopiteľné — množstvo pohľadov a prístupov v tejto oblasti prakticky aj vylučuje dohodu o nejakej univerzálnej definícii chaosu. Študujú sa preto rôzne definície chaosu, súvis medzi nimi, veľkosť rôzne definovaných chaotických množín apod. Z tohto pohľadu možno povedať, že habilitačná práca je vysoko aktuálna.

Habilitačná práca je zjednotením piatich článkov a dvoch abstraktov:

- [1] M. Babilonová: On a conjecture of Agronsky and Ceder concerning orbit-enclosing ω -limit sets, *Real Analysis Exchange* 23(1997/8), 773-778
- [2] M. Babilonová - Štefánková: Extreme chaos and transitivity, *Internat. J. Bifur. Chaos*, 13(2003), 1695-1700
- [3] J. Smítal and M. Štefánková: Omega-chaos almost everywhere, *Discrete and continuous dynam. systems* 9(2003), 1323-1327
- [4] J. Smítal and M. Štefánková: Distributional chaos for triangular maps, preprint
- [5] M. Štefánková: On topological entropy of transitive maps, preprint
- [6] M. Babilonová: Massive chaos, *Real Analysis Exchange* 25(1999/2000), 43-44 (abstrakt)
- [7] J. Smítal and M. Štefánková: Strongly omega-chaotic mappings of the interval, *Real Analysis Exchange* 27(2001/2002), 43-46 (abstrakt)

Práca [1] vlastne nie je o chaose, ale bezprostredne súvisí s tranzitívnosťou, čo je jedna zo zložiek viacerých definícií chaosu. Konštruje sa tu kompaktná množina S v rovine, ktorá nie je oblúkovito súvislá a pripúšťa tranzitívne zobrazenie $S \rightarrow S$. Je to kontrapríklad k domnienke, ktorú sformulovali Agronsky a Ceder. Navyše, skonštruované zobrazenie je trojuholníkové. Množina S je zjednotenie štvorca, úsečky a krivky typu $\sin \frac{1}{x}$, ktorá začína na strane štvorca a hadovite sa blíži k úsečke. Najskôr sa teda definuje množina a potom zobrazenie tejto množiny do seba. Poznámam, že mne sa zdá jednoduchšie postupovať tak, že sa vezme hocikaké tranzitívne zobrazenie štvorca $[0, 1]^2$ do seba s vlastnosťou, že pravá zvislá strana štvorca je invariantná a zvyšok štvorca je tiež invariantný (môže ísť dokonca o priamy súčin dvoch zobrazení). Pravú stranu odstránime a zvyšok štvorca so zúženým zobrazením homeomorfne zdeformujeme do tvaru nekonečne dlhého stenčujúceho sa hada vlniaceho sa tak ako krivka typu $\sin \frac{1}{x}$. Získaný systém skompaktifikujeme pridaním zvislej úsečky pevných bodov. Teda pri takomto postupe nie je problém s definovaním zobrazenia, formálny popis spomínanej deformácie by však mohol byť nepríjemný.

Pri chaose v zmysle Li a Yorka sa zavádza ‘scrambled’ množina a skúma sa jej veľkosť, napr. jej Lebesguova miera (spomeňme Smítalove práce a Misiurewiczov ‘chaos almost everywhere’). Analogicky možno postupovať pri niektorých iných druhoch chaosu. V práci [2] je o.i. ukázané, že každé bitranzitívne zobrazenie intervalu je konjugované so zobrazením, ktoré je distribučne chaotické skoro všade. V abstrakte [6] sa zase bitranzitívne zobrazenie konjuguje napr. so zobrazením skoro všade extrémálne chaotickým v zmysle Li-Yorka (to zosilňuje časť vety 3.4 z práce [2]). Zdá sa mi však nelogické, že do habilitačnej práce je zaradený iba tento abstrakt (publikovaný v r. 1999/2000) bez dôkazov a nie úplná verzia. V práci [3] je ukázané, že každé tranzitívne zobrazenie intervalu je konjugované so zobrazením, ktoré je omega-chaotické skoro všade. S touto prácou úzko súvisí abstrakt [7]. Omega-chaos z vety 2 tohto abstraktu sa nezhoduje s definíciou omega-chaosu zo začiatku práce [3]. Chýba mi v habilitačnej práci komentár pojednávajúci o ich súvisi. Všeobecnejšie, práci by prospel dlhší úvodný text či text spájajúci jednotlivé články, naznačujúci ich vplyv na ďalší rozvoj teórie apod.

V práci [4] autorka podrobnejšie skúma distribučný chaos pre trojuholníkové zobrazenia. Konštruje sa trojuholníkové zobrazenie typu 2^∞ s kladnou topologickou entropiou, distribučne chaotické v tzv. širšom zmysle ale nie v užšom zmysle. Vo vete 2, kde sa dokazuje, že distribučný chaos je topologický invariant, by sa namiesto systémov (X, φ) , (X, ψ) mali uvažovať systémy (X, φ) , (Y, ψ) .

V práci [5] sa podáva čiastočné riešenie problému rozšírenia minimálneho zobrazenia do tranzitívneho trojuholníkového zobrazenia bez zväčšenia topologickej entropie. Dokazuje sa tu, že ak ide o nekonečný kompaktný Hausdorffov priestor a minimálne zobrazenie má regulárne rekurentný bod, tak také rozšírenie je možné, dokonca s dodatočnými zaujímavými vlastnosťami. Na str. 4 článku sa opisuje ako sa identifikuje bod x solenoidálnej množiny s postupnosťou $\underline{x}$. Formulácia budí dojem jedno-jednoznačnej korešpondencie, čo nie je pravda — mnohým bodom môže prislúchať tá istá postupnosť.

V práci sa používajú metódy topologickej a symbolickej dynamiky a niektoré hlbšie tvrdenia topológie resp. reálnej analýzy.

Predložená habilitačná práca spadá do topologickej dynamiky. Predstavuje významný príspevok k lepšiemu chápaniu viacerých definícií chaosu a súvislostí medzi nimi. Niektoré výsledky sa týkajú všeobecných kompaktných priestorov, väčšinou však ide o dynamiku na intervale alebo trojuholníkovú dynamiku.

Celkove hodnotím predloženú habilitačnú prácu ako kvalitnú, s viacerými hlbokými výsledkami a technicky veľmi náročnými dôkazmi.

2. Posúdenie ďalšej odbornej vedeckej a pedagogickej činnosti uchádzačky

Pedagogická činnosť uchádzačky je podľa priloženého prehľadu plne postačujúca a spĺňajúca podmienky habilitácie na Sliezskej univerzite v Opave v matematických odboroch schválené vedeckou radou Sliezskej univerzity dňa 2.3.1995 (ďalej len “podmienky”). Jediné, čo sa pri habilitácii môže zdať nedostatočné, je (ak tomu dobre rozumiem) iba jedna odvedená diplomová práca. No na druhej strane, uchádzačka je už aktívnou školiteľkou doktorandského štúdia.

Požiadavka aspoň troch kvalifikovaných citácií je tiež splnená.

Uchádzačka má vedeckú hodnosť PhD.

Podľa môjho názoru uchádzačku možno považovať za vedeckú osobnosť známu v ČR a SR tak, ako to vyžadujú "podmienky". V zozname jej vystúpení na medzinárodných fórach sú aj významné zahraničné konferencie s pozvanou účasťou.

Celkove som presvedčený, že pedagogická aj vedecká činnosť uchádzačky spĺňa "podmienky".

3. Záver - odporúčanie

Vezmúc do úvahy vysokú kvalitu predloženej habilitačnej práce ako aj pedagogickú a celkovú vedeckú činnosť uchádzačky **odporúčam, aby jej po úspešnej obhajobe habilitačnej práce bola udelená vedecko-pedagogická hodnosť "docent"**.

Banská Bystrica, 3.11.2003



Doc. RNDr. Ľubomír Snoha, CSc.
Katedra matematiky
Fakulta prírodných vied
Univerzita Mateja Bela
Tajovského 40
974 01 Banská Bystrica
SLOVENSKO