



Oponentský posudek habilitační práce

Autor: RNDr. Olga POKORNÁ, CSc.

Práce: Spinorová pole a speciální zobrazení Riemannových variet

Předložená habilitační práce je souborem 17 prací (ve skutečnosti 16, protože seminární text [1] a práce [2] jsou zřejmě identické), které autorka opublikovala od roku 1989 do současnosti. Práce se dají rozčlenit tématicky do 4 skupin a této tématické příslušnosti odpovídá i pořadí v habilitační práci. Všechny práce s výjimkou práce [3] jsou se spoluautory.

1. Tématická skupina se dá shrnout pod název "*spinory na Riemannových varietách*". K tomuto tématu patří práce [1] – [3]. Obsahově vycházejí tyto práce z berlínské školy vedené T. Friedrichem, práce [1] a [2] jsou s polečné práce O. Pokorné a T. Friedricha. V práci [2] jsou studovány takzvané (E) -spinory ve smyslu Lichnerowicze a jejich souvislost s jinými typy spinorů. Jsou studovány vztahy mezi řešeními twistorové rovnice

$$\nabla_X \psi + \frac{1}{n} X.D\psi = 0 \quad (1)$$

a takzvané (E) -rovnice

$$\nabla_X(D\psi) + \frac{R}{4(n-1)} X.\psi = 0 \quad (E),$$

kde ψ je spinové pole, D je Dirakov operátor a R je skalární křivost. Speciální pozornost je věnována Einsteinovým varietám. Je dokázáno, že pro Einsteinovu varietu s konstantní nenulovou skalární křivostí řešení obou rovnic splývají. Naopak, je-li pro spojitou Riemannovu varietu průnik řešení (1) a (E) neprázdný, je varieta Einsteinova. V práci [3] jsou potom studovány další obecné vlastnosti (E) -spinorů (řešení rovnice (E)) a jsou popsány (E) -spinory na prostorech $S^2 \times \mathbb{R}$ a $H^2 \times \mathbb{R}$.

Toto téma je aktuální především z pohledu fyzikálních aplikací. Dosažené výsledky jsou hodnotné.

2. skupina prací se dá shrnout pod název "*geodetická, holomorfně projektivní a F -planární zobrazení na Riemannových varietách*". Tomuto tématu jsou věnovány práce [5] - [10]. Všechny práce jsou ve spoluautorství s J. Mikešem a dalšími třemi spoluautory. Práce se zabývají popisem zobrazení mezi Riemannovými prostory s dodatečnou strukturou (skoro komplexní, skoro součinova, ...) určenou afinorem F . Práce [8] se zabývá geodetickými zobrazeními mezi Kählerovými varietami. Geodetické zobrazení zobrazuje geodetiky prvního prostoru na geodetiky druhého prostoru. Nejdříve jsou v práci popsány podmínky pro existenci geodetického zobrazení z Riemannovy variety V_n do Kählerovy variety K_n a potom je sestrojen konkrétní příklad dvou Kählerových variet mezi kterými existují netriviální geodetická zobrazení.

Práce [9] se zabývá F -planárními zobrazeními, která jsou zobecněním geodetických zobrazení. Všude dále uvažujeme varietu A_n s afinní (lineární a symetrickou) konexí Γ a afinorem F . Křivka se nazývá F -planární, jeli paralelní přenos jejího tečného vektoru podél křivky prvkem dvoudimenzionálního prostoru určeného tečným vektorem křivky a jeho obrazem vzhledem k afinoru F . Zobrazení z A_n do $\bar{A}_n$ je F -planární, jestliže zobrazuje F -planární křivky na $\bar{F}$ -planární křivky. Práce [9] se zabývá studiem F -planárních zobrazení v případě, kdy cílový prostor je (pseudo-)Riemannovský. Jsou také diskutovány případy pro speciální vlastnosti afinoru F .

Holomorfně projektivní zobrazení je potom F -planární zobrazení splňující další dodatečné podmínky. Studium holomorfních zobrazení do skoro Hermiteovské variety H_n (skoro Hermiteovska varieta H_n je (pseudo-)Riemannovská varieta se skoro komplexní strukturou F takovou, že $g_{p(i)}F_j^p = 0$) je věnována práce [5]. Studium holomorfně projektivních zobrazení do Kählerovských variet (skoro Hermiteova varieta, kde navíc $\nabla F = 0$) jsou věnovány práce [6] a [10]. V práci [7] jsou studována holomorfně projektivní zobrazení mezi prostory se skoro součinnou strukturou.

3. skupinu prací tvoří práce [11] - [13], které se zabývají *skoro geodetickými zobrazeními typu π_2 a $\pi_2(e)$* . Všechny práce jsou ve spoluautorství s J. Mikešem a dalšími dvěma spoluautory. Křivka ℓ v prostoru (A_n, Γ) se nazývá skoro geodetická, jestliže její tečný vektor patří do dvoudimenzionální distribuce podél ℓ . Zobrazení $f : A_n \rightarrow \bar{A}_n$ je potom skoro geodetické, zobrazuje-li geodetiky na skoro geodetické křivky. Skoro geodetická zobrazení splňující další podmínky

$$\bar{\Gamma}_{ij}^h = \Gamma_{ij}^h + \delta_{(i}^h \psi_{j)} + F_{(i}^h \phi_{j)} \quad \nabla_{(j} F_{i)}^h = F_p^h F_{(i}^p \sigma_{j)} + F_{(i}^h \mu_{j)} + \delta_{(i}^h \rho_{j)}$$

kde F je afinor a $\phi, \psi, \mu, \sigma, \rho$ jsou kovektory, se nazývají π_2 zobrazení. Je-li navíc $F_p^h F_j^p = \epsilon \delta_j^h$, mluvíme o $\pi_2(e)$ -zobrazení.

4. poslední skupinu tvoří práce [14] - [17], které se zabývají *4-planárními zobrazeními*. Všechny práce jsou opět ve spoluautorství s J. Mikešem a dalšími dvěma spoluautory. Křivka ℓ se nazývá 4-planární, jestliže paralelní přenos jejího tečného vektoru podél ℓ je prvkem 4-rozměrného vektorového prostoru generovaného tečným vektorem a jeho obrazem vzhledem ke třem (nezávislým) afinorům. Zobrazení $f : A_n \rightarrow \bar{A}_n$ se nazývá 4-planární, jestliže zobrazuje geodetiky A_n na 4-planární křivky v $\bar{A}_n$. Práce [14] studuje

4-planární zobrazení v případě, že afinory tvoří skoro kvaternionovou nebo skoro anti-kvaternionovou strukturu. V [15] jsou 4-planární křivky nazývány 4-kvaziplanární. Jaký je mezi nimi rozdíl a čím se vlastně liší výsledky práce [15] od výsledků práce [14]? V práci [16] jsou studována 4-planární zobrazení v případě, že afinory na A_n tvoří skoro kvaternionovou strukturu a v práci [17] skoro anti-kvaternionovou strukturu (dva afinory tvoří skoro součinnovou strukturu a třetí skoro komplexní). V obou případech je speciální pozornost věnována případu, kdy je cílový prostor (pseudo-)Riemannovský.

Z daných tématických okruhů poněkud vystupuje práce [4], ve které se studuje vztah mezi koeficienty metrického tenzoru a koeficienty tenzoru křivosti. Je ukázáno, jak je možno ze znalostí koeficientů tenzoru křivosti použitím speciálních souřadnic určit koeficienty metrického tenzoru.

Všechny práce 2. - 4. skupiny patří do klasické části diferenciální geometrie, která byla a stále je studována mnoha autory. Předložené práce používají metodu přímého výpočtu v lokálních souřadnicích a také vlastnosti kladené na objekty jsou popsány souřadnicově. Jistě by stálo za to pokusit se některé z podmínek vyjádřit invariantně pomocí geometrických vlastností.

Na předložených pracech se podílelo celkem 9 spoluautorů. To svědčí o mimořádně vysokém stupni komunikativnosti autorky.

Závěr: Soubor prací předložených O. Pokornou je hodnotným příspěvkem v oblasti diferenciální geometrie. Podle mého názoru splňuje předložená habilitační práce podmínky pro udělení hodnosti "docent" podle zákona 111/1998 Sb o vysokých školách.

V Brně, 3. června 2005


Josef Janýška