

Praha, 4.9. 2015

Posudek disertační práce

J. Jahn: Harmonic Bergman spaces and related problems

Předkládaná disertační práce se soustřeďuje na studium Berezinovy transformace v harmonických Bergmanových prostorech. Práce se skládá ze dvou již publikovaných článků doplněných rozsáhlým úvodem, který podává přehled problematiky a motivaci studovaných problémů.

Berezinova transformace je užitečný nástroj ke studiu Bergmanových prostorů holomorfních funkcí. Pojem byl zaveden Berezinem v roce 1974, který m.j. ukázal, následující asymptotické chování transformace: je-li Ω ohraničená symetrická oblast v C^n , w vhodná kladná váha a H_α^{hol} prostor funkcí holomorfích v Ω a integrovatelných s kvadrátem vzhledem k w^α , pak pro příslušné Berezinovy transformace B_α^{hol} platí pro $\alpha \rightarrow \infty$

$$B_\alpha^{hol} f = f + \alpha^{-1} Q_1 f + O(\alpha^{-2}),$$

kde Q_1 je operátor Laplace-Beltramiho typu. Tento výsledek byl značně rozšířen v následujících prácích mnoha autorů a má významné aplikace především v teorii kvantování.

Pro prostory harmonických funkcí je situace značně obtížnější. Jediné známé výsledky jsou z nedávné doby a týkají se jednotkové koule v R^n (C. Liu, 2007), nebo prostoru R^{2n} s Gausovskou mírou (M. Engliš, 2010).

První článek obsažený v předkládané disertaci dává asymptotické chování harmonické Berezinovy transformace v poloprostoru $M = \{(x,y) \in R^{n+1}, x \in R^n, y \in R, y > 0\}$ vzhledem k míře $y^\alpha dx dy$, $\alpha \geq 0$. Jedná se tedy o další příklad prostoru, pro který lze popsat asymptotické chování této transformace.

Druhý článek studuje Berezinovu transformaci dvou proměných

$$B^2_\alpha f = \langle f K_{\alpha,z}, K_{\alpha,x} \rangle \langle f K_{\alpha,z}, K_{\alpha,x} \rangle^{-1},$$

kde K je reprodukující jádro Bergmanova prostoru s váhou w^α . Klasická Berezinova transformace je restrikcí B^2_α na "diagonálu" $z = x$. Hlavním výsledkem článku je popis asymptotického chování této transformace pro Fockův prostor holomorfních nebo harmonických funkcí.

Výsledky práce byly publikovány v předních mezinárodních časopisech. První článek J. Jahna byl otištěn v J. Math. Anal. Appl. Druhý, velmi rozsáhlý článek (více než 40 stran) napsaný se spoluautorem P. Blaschkem byl otištěn v J. Funct. Anal. Výsledky jsou značně netriviální a týkají se zajímavé aktuální problematiky s potenciálními aplikacemi. Autor prokazuje hluboké znalosti této velmi technické problematiky.

Celkově má práce velmi dobrou kvalitu. Nemám pochybnosti o tom, že práce splňuje všechny požadavky na disertační práci a jednoznačně doporučuji, aby práce byla přijata k obhajobě.



prof. RNDr. Vladimír Müller, DrSc.