



Oponentský posudek

Autor práce: Lenka Lakomá

Název disertace: Young tableaux and decompositions of tensor spaces

Oponent: doc. RNDr. Josef Janyška, CSc.

Předložená PhD-disertace se zabývá studiem projekcí tensorových prostorů, jejich rozkladem na ireducibilní komponenty a studiem bezestopých rozkladů tenzorů. Přitom je použita teorie reprezentací a teorie Youngových schémat. Mimo úvodní částí je práce rozdělena do tří kapitol (2. - 4. kapitoly).

2. kapitola je věnována zavedení potřebných pojmů z teorie reprezentací a Youngových schémat. U všech tvrzení jsou uvedeny důkazy.

Ve 3. kapitole jsou uvedeny vlastní výsledky autorky, které se týkají studia projekcí na tensorových prostorech různých typů. Po úvodní části, ve které je připomenuta teorie absolutně invariantních tenzorů, zkoumá autorka projekce na prostorech tenzorů typu $(0, k)$, $(1, k)$ a symetrických a antisymetrických tenzorů typu (r, k) . V případě tenzorů typu $(0, k)$ jsou využita Youngova schémata pro popis projekcí tenzorů na jejich ireducibilní komponenty. Obecnou teorii autorka aplikuje na případ tenzorů typu $(0, 3)$. Je popsán úplný rozklad tenzoru typu $(0, 3)$ na ireducibilní komponenty. U obhajoby bych prosil o objasnění tvrzení z poznámky na konci části 3.2, že projekce f_i dávají jediné reprezentace grupy $GL_n(\mathbb{R})$.

V části 3.3 se autorka věnuje projekcím na prostoru E_k^1 , kde E_k^1 je podprostor v prostoru tenzorů typu $(1, k)$, jejichž dolní indexy splňují symetrie dané nějakým Youngovým schématem. Jsou tedy studována L_n^1 -invariantní zobrazení $f : E_k^1 \rightarrow E_k^1$ splňující $f \circ f = f$. V tomto případě volí autorka jinou metodu – přímý výpočet v souřadnicích. Bylo nalezeno explicitní vyjádření takovýchto projekcí. K důkazu Věty 3.3.1 (totéž se týká i Věty 3.3.2) mám následující připomínku. Věta 3.1.1 neimplikuje, že koeficienty v (3.66) jsou tvaru $c_i/k!$. Tento tvar vyplyne až z průběhu důkazu, kdy pravé strany soustavy (3.71) jsou násobeny číslem $k!$.

Stejnými metodami jako v části 3.3 se potom v části 3.4 studují projekce na prostorech $S^r \mathbb{R}^n \otimes S^k \mathbb{R}^k$ a $A^r \mathbb{R}^n \otimes A^k \mathbb{R}^k$, tj. na prostorech tenzorů typu (r, k) úplně symetrických či antisymetrických v dolních i horních indexech. V tomto případě již se metoda explicitního vyjádření v souřadnicích jeví jako nepřehledná, dlouhé řady sum jsou pro čtenáře nekontrolovatelné.

V poslední 4. kapitole jsou zkoumány rozklady tensorů typu (p, q) na bezestopé komponenty. Standardní případ byl poprvé studován D. Krupkou; autorka v části 4.1 uvádí Krupkovu větu včetně důkazu. Na závěr aplikuje tuto obecnou větu ve formě příkladů na konkrétní situace. Standardní bezestopé rozklady byly zobecněny J. Mikešem na F -bezestopé rozklady, kde F je nějaký afinor. Tento výsledek je uveden bez důkazu a je demonstrován na konkrétním příkladě. Vlastní výsledky jsou v části 4.3, zde jsou studovány kvaternionové bezestopé rozklady tensorů. Jsou uvažovány dva afinory, které definují kvaternionovou strukturu, a je dokázána obecná věta o rozkladu tensoru typu (p, q) na komponenty bez kvaternionové stopy. Tato obecná věta je demonstrována na případu tensoru typu $(1, 1)$.

Čtení předložené práce vyžaduje zvýšenou čtenářovu pozornost, protože na řadě míst jsou chyby v indexech a exponentech. Namátkou uvádím vzorce (3.28), (3.38), (3.60), (3.70) a (4.26), Věta 3.3.1 část 3) a 4). Tyto chyby ale nebrání porozumění textu.

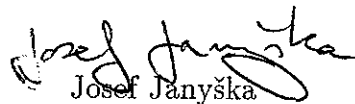
Mimo připomínek uvedených dříve v tomto posudku chci v průběhu obhajoby požádat autorku o zodpovězení následujících obecnějších dotazů:

1. V některých částech práce mi chybí motivace, případně použitelnost výsledků. K čemu se např. dají použít kvaternionové bezestopé rozklady?

2. V částech 3.3 a 3.4 L. Lakomá studuje pouze projekce na určitých podprostorech v prostoru všech tenzorů. Nalezené projekce se ale dají snadno rozšířit na celý prostor. Jaký je vztah mezi projekcemi na uvažovaných podprostorech a projekcemi z celého prostoru na tyto podprostory?

Závěr: Po obsahové, stylistické, jazykové i typografické stránce má práce řadu drobných nedostatků, přináší ale nové výsledky, takže po úspěšné obhajobě může být uznána jako PhD-disertace.

V Brně, 12. ledna 2000


Josef Janyška