

Posudek oponenta disertační práce

MGR. PETRA KORDULOVÁ:

Quasilinear hyperbolic equation with hysteresis

Diferenciální rovnice s hysterezí patří k obtížným a ne příliš prozkoumaným oblastem rovnic matematické fyziky. V monografii Visintin: *Differential models of Hysteresis* (Springer 1994) kapitole VIII.1 je uvedeno celkem 11 různých úloh pro obyčejné a parciální diferenciální rovnice s hysterezním operátorem, které jsou zde řešeny pomocí teorie nelineárních semigrup s akretivním operátorem. Práce se zabývá řešením počáteční okrajové úlohy pro parciální diferenciální rovnici prvního řádu:

$$\frac{\partial(u + \mathcal{F}(u))}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = f \quad \text{v} \quad Q = (\alpha, \beta) \times [0, T]$$

se hysterezním operátorem $\mathcal{F}$, počáteční podmínkou $u(x, 0) = u_0(x)$ a okrajovou podmínkou $u(\alpha, t) = 0$, která mezi uvedenými typy rovnic není. Cílem práce bylo zejména adaptovat uvedenou metodu pro zvolenou úlohu, kterou lze také vhodně fyzikálně interpretovat. Téma disertační práce je proto aktuální jak z hlediska teoretického tak z hlediska aplikací.

Práci lze rozdělit do několika částí. Po abstraktu, úvodu s přehledem stavu problematiky hysterezních jevů a obsahu práce je v Kapitole 3 popsán fyzikální jev cyklického nasakování a vysoušení porézního materiálu vodou, který vykazuje hysterezní chování a představuje tak fyzikální motivaci studovaného problému.

Druhá kompilační část obsahuje přehled základních pojmů a výsledků z několika oblastí. V Kapitole 4 jsou to kvazilineární hyperbolické rovnice prvního řádu včetně problematiky neexistence klasického řešení a podmínky entropie. V Kapitole 5 jsou zavedeny skalární hysterezní operátory: operátory „play“, zobecněný „play“, relé a na nich založený Prandtlův-Ishlinského a Preisachův operátor včetně jejich vlastností. Pomocné pojmy, prostory funkcí a další prostředky matematické analýzy jsou uvedeny v závěrečné kapitole.

Těžištěm práce je třetí část, která obsahuje nové výsledky autorky. V Kapitole 6 je zkoumaná úloha přeformulována do tvaru systému diferenciálních inkluzí s akretivním operátorem a uvedena příslušná teorie z nelineárních semigrup. Důkaz pouze naznačený ve Visintinově monografii je zde proveden podrobně. Kapitola 7 nazvaná Klasifikace řešení obsahuje výsledky autorky z článku přijatého k publikaci v časopisu *Applications of Mathematics*. Rotheovou metodou semi-diskretizace rovnice v čase je dokázána existence

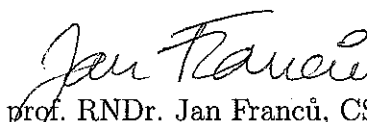
řešení. Dále jsou zde propočítány dva konkrétní příklady pro úlohu s play operátorem. V prvním příkladě řešení vychází spojitě, ve druhém nespojitě. Kapitola 8 je věnována asymptotickému chování a stabilitě řešení.

Téma práce je velmi náročné, autorka musela nastudovat řadu oblastí matematické analýzy. Práce v anglickém jazyce o rozsahu 7+79 stran je napsána v čitelném stylu a dobré grafické úpravě s několika ilustracemi. Po formální stránce ji lze vytknout nezvyklou formu abstraktu a absenci závěru. Některé úseky textu jsou do písmene převzaty z uvedených monografií, bylo by vhodné je doplnit komentáři s vysvětlením jejich smyslu – např. u podmínky entropie.

V práci jsem našel sice jen několik překlepů, zato ale řadu drobných nedostatků. Např. při formulaci vlastností hysterezních operátorů místo po částech lineární funkci u_i (str. 17) nebo afinní funkci (str. 40) nutno mluvit a funkcích po částech monotonních. Na str. 25 Preisachova rovina je spíše polorovina. Nepřesná je i zmínka o konvexní hysterezní smyčce (str. 40, 46), protože pouze rostoucí části křivky jsou konvexní, klesající jsou konkávní, přitom na str. 43 je to správně. Také v počítaných příkladech řada informací chybí: na str. 47 není jasné, který interval (α, β) je zvolen, když $u(\alpha, t) = 0$ a počáteční podmínka je na $(-\infty, 0)$. V zadání chybí také počáteční hodnoty $v(x, 0)$.

Přes uvedené nedostatky doporučuji předložený text uznat za práci disertační a autorce udělit titul Ph.D.

V Brně 22. října 2007


prof. RNDr. Jan Franců, CSc.
Ústav matematiky FSI VUT v Brně