

## Posudek na habilitační práci

RNDr. Vladimíra Müllera, DrSc.

### “Orbity operátorů”

Pod operátorem autor rozumí spojitý lineární operátor v Banachově prostoru (komplexním nebo reálném), a pod orbitou operátora  $T$  odpovídající danému bodu  $x$  Banachova prostoru — posloupnost  $(T^n x)$ , kde  $T^n$  znamená  $n$ -tou iteraci operátoru.

V termínech orbit operátorů se dá snadno přeformulovat nejdůležitější otevřený problém teorie operátorů, zda každý operátor v (komplexním) Hilbertově prostoru má netriviální invariantní podprostor, a taky rovněž otevřený zdánlivě slabší problém, zda každý operátor v Hilbertově prostoru (resp. v reflexivním Banachově prostoru) má netriviální invariantní podmnožinu.

Z tohoto hlediska je možno říci, že habilitační práce je vysoce aktuální.

Habilitační práce je sjednocením následujících 4 článků (kterým předchází úvod na pěti stranách):

- [1] Local behaviour of the polynomial calculus of operators, J. Reine Angew. Math. 430 (1992), 61–68.
- [2] Orbits, weak orbits and local capacity of operators, Integral Equations Operator Theory 41 (2001), 230–253.
- [3] Power bounded operators and supercyclic vectors, Proc. Amer. Soc. 131 (2003), 3807–3812.
- [4] Orbits of operators, Proceedings of the First International Course of Mathematical Analysis in Andalusia, Cadiz, 2002.

(Práce jsou očíslovány v pořadí napsání; článek [4], i když je publikován dříve než [3], je nejnovější.)

Článek [4] (nejrozsáhlejší ze všech) je vhodným úvodním textem habilitační práce. Vznikl v souvislosti s konferencí “First International Course of Mathematical Analysis in Andalusia”, konané v roce 2002 v Cádizu (Španělsko), na které Dr. Müller měl cyklus přednášek. Článek dává přehled základních výsledků v dané problematice.

Práce [1]–[3] obsahují výsledky autora, týkající se orbit. Výsledky je možno shrnout do 5 okruhů:

1° Struktura množiny vektorů  $x$ , pro které normy vektorů  $T^n x$  jsou dosti velké pro všechna nebo pro mnoho hodnot  $n$ . Zde zajímavým výsledkem je, že pro libovolný operátor  $T$  a libovolnou posloupnost  $(a_n)$

kladných čísel, konvergující k nule, existuje vektor  $x$  takový, že uvedené normy majorizují  $a_n(T_n)$  pro všechna  $n$ , kde  $r$  označuje spektrální poloměr.

2° Struktura množiny hypercyklických vektorů, tj. vektorů, jejichž orbita je hustá. Zajímavý je zde výsledek, že (v komplexním případě) pokud vektor je hypercyklický pro nějaký operátor, tak je hypercyklický i pro násobek toho operátora libovolným komplexním číslem s absolutní hodnotou 1.

3° Struktura množiny párů  $(x, x^*)$  (kde  $x^*$  je prvek z duálního prostoru), pro které "slabá" orbita  $\langle T_n x, x^* \rangle$  splňuje určité podmínky. Sem patří zajímavý výsledek, že každá kontrakce  $v$  (komplexním) Hilbertově prostoru, jejíž spektrální poloměr je roven 1, má netriviální uzavřenou podmnožinu, invariantní vzhledem k násobení na komplexním číslem.

4° Struktura množiny vektorů  $x$  takových, že norma vektoru  $p(T)x$  je dostatečně "velká" pro každý polynom  $p$ .

5° Struktura množiny vektorů, ve kterých lokální kapacita operátoru  $T$  je rovna jeho (globální) kapacitě (kapacita se rozumí ve smyslu Halmosa). Zde je zajímavý výsledek, že tato množina je reziduální (tj. její doplněk je první kategorie).

Mimo toho autor obdržel (spolu s C. Ambrozie) zajímavé výsledky o existenci netriviálních invariantních podprostorů, používajíc tak zvanou techniku Scotta Browna.

Styl autora je charakterizován výbornou jasností a dokonalostí.

Co se týká tiskových chyb, všiml jsem si jenom úplné maličkosti v úvodu: na stránce 3 chybí  $x$  na řádku 16 zdola; na stránce 4 na řádku 6 musí být dolní index  $e$ , ne  $r$ . Nakonec, na stránce 1 na 9. řádku není zmíněno, že jde o komplexní prostor (v samotném korespondujícím článku to je, jistě, zmíněno).

**Celkově hodnotím předloženou habilitační práci jako velmi kvalitní, s mnoha hlubokými výsledky a náročnými důkazy.**

Všechny formální požadavky týkající se habilitačního řízení jsou podle mého názoru splněny.

**Doporučuji, aby uchazeči byla udělena vědecko-pedagogická hodnost "docent".**

V Opavě 24.6.2004



Host. prof. Vladimír Averbuch  
Matem. ústav  
Slezská univ.  
Na Rybníčku 1  
746 01 Opava