

Oponentský posudek

Název práce: Young Tableaux and Decomposition of Tensor Spaces

Autor práce: Lenka Lakomá

Oponent: Michal Krupka

Předkládaná disertační práce je věnována problematice invariantních projektorů a rozkladů v prostorech tenzorů. Práce má (kromě úvodu) tři kapitoly, ve kterých se autorka zabývá teorií reprezentací konečných grup a Youngovými diagramy, invariantními projektory v prostorech tenzorů některých typů a teorií rozkladu tenzorů podle stopy a jejími zobecněními.

Ve druhé kapitole práce (první po úvodu) se autorka zabývá teorií reprezentací konečných grup nad polem komplexních čísel. Tato teorie je vyložena podrobně, se všemi důkazy a je v závěru kapitoly využita pro klasifikaci ireducibilních reprezentací symetrické grupy S_n pomocí Youngových diagramů.

Třetí kapitola práce je věnována studiu invariantních projektorů v prostorech tenzorů nad polem reálných čísel. V první, přípravné části kapitoly autorka studuje absolutně invariantní tenzory. Ve druhé části charakterizuje pomocí Youngových diagramů, uvedených v předchozí kapitole, projektory v prostorech tenzorů typu $(0, k)$. Výsledky ilustruje na prostoru tenzorů typu $(0, 3)$. Třetí a čtvrtá část kapitoly obsahují původní výsledky. Ve třetí části jsou charakterizovány projektory v prostoru tenzorů typu $(1, k)$, které mají v dolních indexech symetrie dané libovolným Youngovým diagramem, ve čtvrté pak v prostoru tenzorů typu (r, k) , symetrických, resp. antisymetrických v horních i dolních indexech. V těchto částech je zvolen jiný způsob výpočtu projektorů než v částech předchozích: je použita v podstatě elementární metoda, která vychází přímo z vlastností invariance a idempotence hledaných projektorů. Výsledky jsou zajímavé, i když (zejména ve čtvrté části) značně komplikované. Nabízí se otázka, zda by je nebylo možno vhodně zvolenou symbolikou zjednodušit.

Tématem poslední kapitoly práce je problém rozkladu tenzorů podle stopy a jeho zobecnění. Zde autorka uvádí tvrzení o rozkladech tenzorů podle stopy, zformulované a dokázané D. Krupkou a poté předkládá dvě zobecnění tohoto problému: problém F -bezestopých rozkladů, který byl zformulován a vyřešen J. Mikešem, a problém kvaternionicky bezestopých rozkladů, rovněž zformulovaný J. Mikešem, jehož řešení je původním výsledkem autorčiným.

Práce je psána nedokonalou angličtinou a obsahuje poměrně hodně překlepů, formulačních a matematických nepřesností i chyb. Uvedu několik příkladů:

1. Strana 5 a další: Pro reprezentaci F se používá někdy symbol F , někdy $F(s)$. Symbol $F(s)$ se jindy používá k označení hodnoty reprezentace F v prvku s .
2. Strana 6, řádek 12 shora ("Then we can write..."): Není řečeno že matice $A(s)$ bude mít uvedený tvar až po změně báze.
3. Strana 26: Pravé strany vzorečků (3.1) a (3.2) nedávají smysl. Přitom se jedná o obyčejnou definici matice lineárního zobrazení.
4. Strana 30: Odstavec, začínající 23. řádkem zespod je nesrozumitelný. Co znamená, že "Each new tensor is generated by interchanging two indices"?
5. Strana 39: Nejprve "mapping is a projection" a později "mapping defines a projection".
6. Strana 41, možnosti 1) – 4): Na dvou místech má být místo c_1 uvedeno c_0 .
7. Strana 59: Z definice kvaternionické struktury není jasné, na kterém prostoru se tato struktura definuje.

Uvedené nedostatky samozřejmě nesnižují hodnotu původních výsledků, obsažených v práci, značně však ztěžují její pochopení. Proto například druhou kapitolu (která původní výsledky neobsahuje) nelze doporučit jako literaturu ke studiu problematiky teorie reprezentací a Youngových diagramů.

Byl bych rád, kdyby Mgr. Lakomá mohla při obhajobě stručně okomentovat následující problémy:

1. Lze pomocí části 3.3 získat projektory obecných tenzorů typu $(1,k)$? Tyto tenzory by se možná daly nejprve rozložit v dolních indexech podle Youngových diagramů a pak využít výsledky z 3.3.

2. Je nějaký vztah mezi projektory z kapitoly 3 a rozkladem podle stopy?

3. Jaké je použití F -bezestopých a kvaternionově bezestopých rozkladů?

Práce Mgr. Lakomé má mnoho jazykových i věcných nedostatků, obsahuje však zajímavé nové výsledky. Proto ji doporučuji k obhajobě.

Opava, 15. března 2000



RNDr. Michal Krupka, PhD.