

Posudek disertační práce
MGR. PETRA CHLÁDKA
Funkcionální formulace obyčejných diferenciálních
rovníc druhého řádu

V předložené disertaci se její autor snaží charakterizovat množinu řešení Dirichletovy úlohy

$$(D) \quad x'' = f(t, x, x'), \quad x(\alpha) = a, \quad x(\beta) = b$$

(kde $f \in C^\infty(\mathbb{R})$) pomocí množiny řešení funkcionálních rovnic tvaru

$$(F) \quad \begin{cases} F(\tau, \alpha, \beta, a, b) = F(\tau, \gamma, \delta, F(\gamma, \alpha, \beta, a, b), F(\delta, \alpha, \beta, a, b)) \\ F(\alpha, \alpha, \beta, a, b) = 1, \quad F(\beta, \alpha, a, b) = b. \end{cases}$$

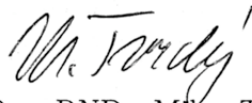
Přesněji řečeno, jde především o to, nalézt funkci F takovou, aby množina řešení úlohy (P) byla ekvivalentní s množinou řešení systému (F). Jedná se vlastně o rozšíření známé učebnicové vlastnosti některých jednodušších diferenciálních rovnic prvního řádu (skalárních rovnic se separovanými proměnnými resp. systémů lineárních diferenciálních rovnic) na netriviální případy.

V porovnání s první verzí, byla nová verze disertace rozšířena a nyní představuje poměrně ucelené pojednání o dané problematice. V úvodních dvou paragrafech autor podává přehled o současném stavu problematiky. Stručný, leč zasvěcený, komentář by byl sice cennější než doslovný přepis známých výsledků (včetně jejich důkazů), nicméně, i tuto změnu považuju za velmi pozitivní. Hlavní výsledky disertace jsou obsahem odstavců 3 a 4. Odstavec 3 shrnuje všechny výsledky uvedené v první verzi disertace. Ty jsou navíc doplněny novými *Příklady 2 a 6*. První z nich ilustruje souvislost první rovnice ze systému (F) a Staphanosovy funkcionální rovnice. Ve druhém je m.j. ukázána D-řešitelná rovnice, kterou nelze transformací proměnných převést na lineární rovnici. Nově byl připojen odstavec 4, ve kterém jsou zejména odvozeny nutné a postačující podmínky pro existenci a jednoznačnost řešení úlohy (D) (tj. D-řešitelnost). Dále, je tu popsána závislost úplného řešení úlohy (D) na okrajových datech a , b a dokázány

věty o chování toku rovnice v okolí singularity a o funkcionální charakterizaci toku druhého řádu. Předložená nová verze disertace obsahuje již tedy více původních a nikoliv nezajímavých výsledků.

Práce je sepsána poměrně pečlivě, se snahou o srozumitelný výklad. V důkazech tvrzení v práci uvedených jsem nenašel podstatné chyby. K některým konkrétním detailům výkladu mám ovšem připomínky, jejichž seznam je přiložen. Vzhledem k časové tísní si ovšem vyhražuji možnost tento seznam ještě před obhajobou rozšířit. Obsah předložené disertace i pečlivější zpracování nasvědčují tomu, že autor si osvojil řadu moderních matematických metod a prokázal schopnost solidní odborné matematické tvorby. Na základě tohoto poznání **doporučuji disertační práci pana Mgr. Petra Chládky k obhajobě.**

V Praze 20. července 2005



Doc. RNDr. Milan Tvrdý, CSc.
Matematický ústav AV ČR, Praha

Seznam připomínek:

- 3₁₁ Problém o jehož řešení tu je řeč nebyl přesně popsán. (Jedná se o potvrzení hypotézy Prof. Smítala zmíněné v prvním odstavci?)
- 3₄₋₁ Nebylo třeba vznášet námitky proti správnosti výsledků. Bez ohledu na jejich správnost, výsledků uvedených v první verzi práce bylo příliš málo na to, aby prokázaly, že disertace vyhovuje zákonným požadavkům.
- 8¹⁰ Pro definici zobrazení F je třeba přesně definovat pojem úplného řešení a upřesnit význam proměnných τ , α , a .
- 8₁₀ Místo vágní formulace "... lze chápat jako řešení jistých ..." by byla na místě přesnější informace.
- 8₈ Symbol x^i pro souřadnice vektoru x nebyl zaveden.
- 14₇ Co znamená: "pro každé integrální podmínky" ? (Spíše by se mělo psát "pro každá a , $v \in \mathbb{R}$.)
- 14₅₋₁ Dirichletovy podmínky byly zavedeny pro $\alpha \neq \beta$ (viz první řádek pod formulí (8)). Je tedy zavádějící uvažovat i případ $\alpha = \beta$.
- 15₆₋₄ Do formule (13) měl být (kvůli odkazům) zahrnut i textový řádek pod ní.
- 16⁵ Formulace "zobrazení existuje" je hantýrková. Správně by mělo být "zobrazení je definováno".
- 16⁵ Co je "konexe" ?
- 22¹², 23¹ U Lemmat 3 a 4 chybí reference odkud jsou převzaty.
- 24¹ – 24₇ Lemmata 6 a 7 jsou původní?
- 26¹⁻⁵ Tady se opět patrně jedná o hantýrkové vyjadřování: Když už byla množina U definována (formulí (27)), tak je matoucí zdůvodňovat, že "existuje". Bylo možno např. nejprve zdůvodnit, že množina na pravé straně formule (27) je neprázdná a otevřená a tudíž formulí (27) je dobře definována množina U .
- 28⁴⁻⁶ Terminologie zde zavedená ("bandl" a "fibr") je dosti odpudivá.