

MATEMATICKÉ BESÉDY

21. 10. 2011

KOMBINATORIKA

1. Na stretnutí bolo niekoľko ľudí. Každí dvaja, ktorí sa nepoznali, mali medzi ostatnými prítomnými práve jedného spoločného známeho. Nikto sa nepoznal zo vsieťmi. Účastníci A a B sa poznali, ale nemali ani jedného spoločného známeho. Dokážte, že na stretnutí bola osoba, ktorá nepoznala A ani B.

Riešenie: Keby A nemal okrem B žiadneho známeho, musel by každý poznať B, čo nie je možné!

↓
(rozmyslite prečo!)

Preto A má okrem B aspoň jedného známeho X.

Podobne B má okrem A známeho Y.

Pritom X a Y sa nemôžu poznať (prečo?) a musia mať spoločného známeho Z

Uterý a, sa nemôže poznať s oboma A a B

b, ak by sa poznal s napr. A tak A Y sa nepoznajú a mali by dvoch spoločných známych (B a Z), čo by bol spor
=> Z nepozná A ani B!

2. Majme dve skupiny ľudí:

a) Ukážte, že ak človek z prvej skupiny pozná práve jedného človeka z druhej skupiny, v druhej skupine je ich aspoň toľko ako v prvej, a žiadny dvaja nepoznajú toho istého

○—○

○—○

○—○

⋮

jasné!

⑥. Na stretnutí bolo niekoľko ľudí, každý dvaja ktorí sa napoznali, mali medzi ostatnými prítomnými práve troch spoločných známych. Účastníci A a B sa poznali, ale nemali ani jedného spoločného známeho. Dokažte, že A i B mali medzi prítomnými rovnaký počet známych.

Riešenie: M_A množina známych účastníka A
 M_B B.

$m = |M_A|$ z každého bodu M_A vychádzajú práve

$n = |M_B|$ dve spojnice do M_B a obrátene \Rightarrow

$$2m = 2n \Rightarrow m = n.$$

