

Oponentský posudek na dizertační práci (Ph.D.)
„Various types of chaos and entropy in dynamical systems“
Mgr. Zuzany Roth

Základem předložené dizertační práce jsou čtyři nezávislé články z oblasti diskretních dynamických systémů. První dva články se týkají distribučního chaosu, další dva se pak zabývají entropií. Jeden z těchto článků je samostatný, tři jsou se spoluautory. Dva články jsou publikovány v časopise *International Journal of Bifurcation and Chaos*, třetí článek je přijatý do *Studia Mathematica* a poslední je do tisku zasláný.

Kromě separátů výše zmíněných článků je součástí dizertační práce úvodní část, ve které Z. Roth popisuje motivaci ke studiu dané problematiky a uvádí definice základních pojmů, se kterými ve své práci pracuje. V další části jsou stručně shrnuty hlavní výsledky, kterých bylo dosaženo v jednotlivých publikacích, a dále jsou pak předloženy některé otevřené problémy, které se studovanou problematikou souvisejí. Poslední část úvodu tvoří seznam publikací uchazečky, seznam citací jinými autory, přehled konferencí a krátkodobých vědeckých pobytů, kterých se aktivně zúčastnila a nakonec seznam literatury, která je v úvodní části použita.

První publikace

[A] J. Doleželová-Hantáková, Z. Roth, and S. Roth, *On the weakest version of distributional chaos*, Int. J. Bifurcation and Chaos, 26(14), 2016

se zabývá vlastnostmi nejslabší verze distribučního chaosu (DC3) na kompaktních metrických prostorech. Ukazuje se, že tento typ chaosu je v určitém smyslu velmi slabý: jednak není konjugacním invariantem, jednak v systému s nespočetnou DC3 chaotickou množinou nemusí existovat Li-Yorkeovská dvojice. Inspirováni těmito výsledky pak autoři zavádějí nový typ distribučního chaosu (DC2,5), který je jen nepatrně silnější než DC3, ale uvedenými „nedostatky“ už netrpí.

Druhá publikace

[B] Z. Roth, *Distributional chaos and dendrites*, Int. J. Bifurcation and Chaos, 28(14), 2018

se zabývá studiem vztahů mezi jednotlivými typy distribučního chaosu pro spojitá zobrazení na dendritech. Vzhledem k tomu, že pro spojitá zobrazení na kompaktních intervalech nebo grafech jsou všechny typy distribučního chaosu ekvivalentní, bylo přirozené studovat tyto vztahy na dendritech - složitějších, ale stále jednorozměrných prostorech. V této publikaci autorka mimo jiné ukazuje, že pro spojitá zobrazení na dendritech jsou tři základní typy distribučních chaosu skutečně neekvivalentní.

V článku

[C] S. Roth and Z. Roth, *Inequalities for entropy, Hausdorff dimension, and Lipschitz constants*, Studia Mathematica, accepted

se autoři zabývají odhady hodnot topologické entropie v topologických dynamických systémech. Konstruují zde vhodné metriky pro dva typy systémů (jedná se o lineární zobrazení na toru a o neinvertibilní expanzivní zobrazení na kompaktních

prostorech). Získané metriky pak používají pro dolní odhady topologické entropie vyjádřené pomocí Hausdorffovy dimenze a Lipschitzových konstant výsledných systémů.

V posledním článku

[D] A. Rodrigues, S. Roth, and Z. Roth, *Fair measures for countable-to-one maps*, submitted

autoři pracují s konceptem férové míry a férové entropie zavedené v r. 2018 M. Misiurewiczem a A. Rodrigues. Tyto pojmy zobecňují takovým způsobem, že je lze použít i na prostory, které nejsou kompaktní a zobrazení, která nejsou spojitá, a studují jejich vlastnosti např. pro po částech spojitá zobrazení polského (tj. separabilního, úplně metrizable topologického) prostoru.

Předložená dizertační práce je kvalitní, řešená problematika z oblasti diskrétních dynamických systémů je aktuální, jednotlivé články jsou zpracovány pečlivě. Jediný nedostatek vidím v absenci definic některých pojmů v úvodní části (jako např. distalita, topologická konjugace, omega-chaos, rekurentní matice, míchající zobrazení a další), což činí tuto část dizertační práce závislou na člancích [A]-[D] nebo na jiných zdrojích. Také nerozumím, proč je popisu výsledků z práce [A] (str. 9) věnováno mnohem méně prostoru, než popisu výsledků ostatních prací.

Závěr: *Doktorská dizertační práce mgr. Zuzany Roth přináší nové výsledky z teorie diskrétních dynamických systémů. Práci považuji za kvalitní a doporučuji, aby na jejím základě byl uchazečce přiznán titul Ph.D. v oboru Matematická analýza.*

V Opavě 14. května 2019



doc. RNDr. Marta Štefánková, Ph.D.