

ROMAN HRIC: TOPOLOGICAL ENTROPY AND
ZETA FUNCTIONS IN DYNAMICAL SYSTEMS

Problematika jednorozmerných dynamických systémov je v posledných rokoch stále v centre pozornosti matematikov. Jednou z príčin je, že sa ukázali byť v mnohých prípadoch užitočné ako modely viacerých situácií v biológii, fyzike, chémii i iných disciplínach a stále poskytujú škálu matematicky zaujímavých problémov. Predložená práca je súborom štyroch článkov, v ktorých autor samostatne alebo aj v spolupráci s inými autormi podal riešenie netriviálnych problémov z tejto oblasti. Dôležitou úlohou pri štúdiu dynamického systému je určenie jeho zložitosti, s čím súvisí počet periodických orbít. Na vyjadrenie zložitosti možno použiť topologickú, prípadne topologickú sekvenčnú entropiu a s počítaním periodických orbít súvisí Artin Mazurova zeta funkcia. Toto sú hlavné pojmy, ktorých sa týka problematika habilitačnej práce.

Práca sa dá prirodzene rozdeliť na úvod a dve časti. Prvá oblasť problémov je riešená v dvoch prácach

- [1] R.Hric, Topological Sequence Entropy for maps of the interval. Proc. Amer. Math. Soc. 127(1999), 2045-2052
- [2] R. Hric, Topological sequence entropy for maps of the circle. Comment. Math. Univ. Carolinae 41(2000), 53-59.

Obidve práce sa zaoberajú topologickou sekvenčnou entropiou, ktorá bola zavedená Goodmanom a je zovšeobecnením pojmu topologickej entropie, pričom sa charakterizuje zložitost' vzhľadom k postupnosti časov. Z autorových výsledkov vyplýva, že tak pre zobrazenia kružnice do seba (práca [1]), ako aj pre zobrazenia intervalu (práca [2]) sa pre ľubovoľnú neklesajúcu postupnosť prirodzených čísel dá skonštruovať chaotické zobrazenie tak, že jeho topologická sekvenčná entropia vzhľadom k danej postupnosti je nulová. Publikované výsledky predstavujú ucelené riešenie netriviálneho problému a boli využité viacerými autormi, o čom svedčí množstvo citácií.

Druhú časť súboru predstavujú práce publikované so spoluautormi

- [3] J.F.Alves, R.Hric, J.S.Ramos: The Artin-Mazur zeta function for graph maps, Grazer Math. Ber. 346(2004),223-233.
- [4]J.F.Alves, R.Hric. J.S.Ramos: Topological entropy, homological growth and zeta functions on graphs, Nonlinearity 18(2005),1-17.

Obidve práce uvažujú po kusoch monotónne zobrazenia grafov do seba. Grafom sa rozumie neprázdny kompaktný metrický priestor, ktorý je zjednotením konečne veľa oblúkov nepretínajúcich sa alebo majúcich spoločné iba koncové body. Pre takéto zobrazenia sa uvažuje Artinova Mazurova zeta funkcia $\zeta_f(z)$ a negatívna zeta funkcia $\zeta_f^-(z)$. V práci [3] sa ukazuje, že pre po kusoch monotónne zobrazenia grafov do seba s konečným počtom stabilných pevných bodov je $\zeta_f(z)$ racionálna vtedy a len vtedy, keď je racionálna $\zeta_f^-(z)$. Vzťah medzi zeta funkciou a negatívnou zeta funkciou je nájdený využitím Lefschetzovej zeta funkcie. Ďalšia práca autora

venovaná po kusoch monotónnym zobrazeniam grafov do seba ([4]) študuje topologickú entropiu takýchto zobrazení vo vzťahu ku homologickej entropii, pričom potvrdzuje platnosť Shubovej hypotézy pre takéto zobrazenia. Hlavný výsledok umožňuje explicitne vyjadriť topologickú entropiu ako maximum homologickej a a entropie $h_{per}^-(f)$, ktorá je definovaná ako miera exponenciálneho rastu periodických bodov negatívneho typu. Práce vyšli len nedávno a poskytujú ďalšie možnosti výskumu v tomto smere, o čom svedčí už existujúca citácia práce [3].

Všetky práce, ktoré sú súčasťou habilitačnej práce boli publikované v kvalitných matematických časopisoch. Ich výsledky sú originálne, nie jednoduché a vyvolali odozvu v matematických publikáciách. Stručný úvod zjednocuje práce do celku, je napísaný prehľadne, podľa môjho názoru ho mohol autor viac využiť na objasnenie vzniku najviac používaných pojmov: topologickej entropie a Artin Mazurovej zeta funkcie. Na základe uvedeného možno skonštatovať, že autor za posledné roky prispel k riešeniu viacerých podstatných problémov pre teóriu diskretných dynamických systémov a stal sa matematickou osobnosťou známou nielen v SR a ČR, ale v tejto oblasti matematiky aj medzinárodne. Dá sa o tom presvedčiť nielen z jeho zoznamu citácií, ale zvlášť z konferencií a prednášok, ktoré absolvoval a na ktorých úspešne prezentoval svoje výsledky. Pedagogická činnosť uchádzača nie je až taká výrazná, ale viedol ako prednášky tak aj cvičenia v požadovanom rozsahu na viacerých vysokých školách a považujem ju za dostatočnú.

Predložená habilitačná práca je podľa mojho názoru veľmi kvalitná a spolu so zohľadnením celkovej pedagogickej a vedeckej činnosti uchádzača odporúčam, aby mu po úspešnej obhajobe bola udelená vedecko pedagogická hodnosť docent.

Bratislava, 23.3.2005



Doc. RNDr. Katarína Janková, CSc.
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK
Mlynská dolina
84248 Bratislava 4
SLOVENSKO