

## Oponentský posudek na dizertační práci (Ph.D.)

„Distributional chaos in compact metric spaces“

RNDr. Jany Hantákové

Předložená dizertační práce je tvořena čtyřmi nezávislými články a je opatřena společným úvodem. Všechny články se týkají problematiky distribučního chaosu na kompaktních metrických prostorech. Tři práce jsou již publikovány ve velmi kvalitních mezinárodních časopisech (Nonlinear Analysis a Journal of Difference Equations and Application), poslední je do tisku zaslána.

Úvodní část obsahuje jednak motivaci ke studiu dané problematiky a základní pojmy a definice, dále J. Hantáková stručně shrnuje hlavní výsledky, kterých dosáhla v jednotlivých člancích. Součástí úvodu je také kompletní seznam publikací uchazečky, seznam citací a přehled konferencí, kterých se aktivně zúčastnila.

První článek *Distributionally scrambled invariant sets in a compact metric space*, Nonlinear Analysis 79 (2013), 80-84, se týká problematiky existence invariantních distribučně chaotických množin. Autorka řeší otevřený problém publikovaný P. Oprochou v r. 2009, zda libovolné zobrazení kompaktního metrického prostoru do sebe, které má vlastnost specifikace a pevný bod, musí vždy obsahovat invariantní distribučně chaotickou množinu. J. Hantáková ukazuje, že pokud dané zobrazení obsahuje také nekonečně mnoho různých period, pak existuje invariantní distribučně chaotická množina, která je dokonce hustá Mycielského (tzn., že je spočetným sjednocením množin Cantorova typu). Důsledkem pak je, že zobrazení  $k$ -dimenzionální krychle s uvedenými vlastnostmi je konjugované se zobrazením krychle, které má invariantní distribučně chaotickou množinu plné lebesgueovy míry.

Ve druhém článku *Scrambled and distributionally scrambled  $n$ -tuples*, J. Difference Equ. Appl. 20 (2014), 1169-1177 se autorka zabývá vztahem mezi existencí distribučně chaotických dvojic a Li-Yorkeovských trojic. Ukazuje, že existence spočetné extrémně distribučně chaotické množiny není postačující pro existenci Li-Yorkeovské chaotické trojice. Přírozenou otázkou pak je, zda existence distribučního chaosu (tedy nespočetné distribučně chaotické množiny) už je postačující. J. Hantáková ukazuje, že ani toto nestačí; konstruuje příklad nekompaktního systému, který je extrémně distribučně chaotický, ale nemá žádné Li-Yorkeovské chaotické trojice.

Další článek *Distributional chaos and factors*, J. Difference Equ. Appl. 22 (2016), 99-106, řeší otázku zachovávání distribučního chaosu při semikonjugacích. Autorka ukazuje, že tento typ chaosu se nepřenáší z faktorového systému na jeho rozšíření. Konstruuje zde systém, který je distribučně chaotický (tedy obsahuje nespočetnou chaotickou množinu), a jehož rozšíření (jedná se o trojrozměrné sjednocení spočetně mnoha soustředěných válců s vhodným zobrazením) nemá žádné distribučně chaotické dvojice.


V posledním, do tisku zasláném článku *Iteration problem for distributional chaos*, autorka studuje otázku, zda nejslabší verze distribučního chaosu (tzv. DC3) je iteračním invariantem. Ukazuje, že v případě, kdy se požaduje existence dvojprvkové chaotické množiny, tomu tak není a vyvrací tím domněnku publikovanou J. Dvořákovou v r. 2012. J. Hantáková konstruuje systém, který nemá žádnou DC3 dvojici, ale jeho druhá iterace ano. Analogickou otázku řeší také pro mírně silnější verzi distribučního chaosu (tzv. DC2.5) a

dokazuje, že tento typ chaosu už iteračním invariantem je. V závěrečné kapitole tohoto článku autorka diskutuje otázku iterační invariantnosti distribučního chaosu v případě, kdy v definici požadujeme existenci nespočetné chaotické množiny.

Předložená dizertační práce je vysoce kvalitní, zabývá se velmi aktuální problematikou z teorie diskrétních dynamických systémů. Řeší hned několik publikovaných otevřených problémů týkajících se distribučního chaosu. O kvalitě a aktuálnosti výsledků svědčí mimo jiné to, že na první dva články už existuje dohromady 7 citací. Chtěla bych také zdůraznit, že konstrukce dynamických systémů, které se vyskytují v článcích tvořících dizertaci, jsou silně netriviální, technicky náročné a vyžadují od autorky hluboké porozumění chování daných systémů. V práci jsem nenarazila na žádný výrazný nedostatek, pouze definice iterační invariantnosti (str. 3) není úplně v pořádku.

**Závěr.** Dizertační práce RNDr. Jany Hantákové přináší vysoce kvalitní nové výsledky v oblasti diskrétních dynamických systémů. Práce bezesporu splňuje všechny podmínky kladené na dizertační (Ph.D.) práce. Na základě těchto skutečností doporučuji, aby byl uchazečce po úspěšné obhajobě udělen titul Ph.D.

Opava, 7. května 2017

  
doc. RNDr. Marta Štefánková, Ph.D.