

Posudok na dizertačnú prácu

Jana Dvořáková:

Some aspects of chaos in discrete dynamical systems

1. Úvod

Dizertačná práca je o topologickej dynamike spojitých zobrazení. Skúmajú sa autonómne systémy na intervale a v kompaktných metrických priestoroch ako aj neautonómne systémy na intervale. Dve hlavné kľúčové slová sú stabilita a chaos.

2. O obsahu dizertačnej práce

Dizertačná práca je riešením niekoľkých konkrétnych problémov z diskkrétnej dynamiky. Ide o tri autorkine články opatrené spoločným komentárom:

- [1] J. Dvořáková, *Stability of chain recurrent points of continuous maps on interval*, J. Difference Equ. Appl., DOI: 10.1080/10236198.2010.545057, Available online: 01 Jun 2011

Autorka uvažuje zobrazenie priradujúce spojitú funkciu intervalu množinu jeho reťazovo rekurentných bodov. Charakterizuje tie funkcie, v ktorých je toto zobrazenie spojitú. Pre centrum, pre množinu omega-limitných bodov a pre množinu neblúdívých bodov bola takáto charakterizácia známa vďaka Steelovi a Smítalovi a Steelovi. Je zaujímavé, že charakterizácia je rovnaká vo všetkých štyroch prípadoch.

- [2] J. Dvořáková, *On a problem of iteration invariants for distributional chaos*, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 17 (2012), no. 2, 785–787.

V tejto práci ide o čiastočné riešenie problému, či chaos DC3 je tzv. iteračným invariantom. Problém sformuloval Li, ktorý dal kladnú odpoveď v prípade DC1 a DC2. Autorka ukázala, že ak spojitú zobrazenie kompaktného metrického priestoru do seba je DC3 tak aj každá jeho iterácia je DC3. Otvorenou zostáva otázka, či zobrazenie musí byť DC3 ak jeho iterácia je DC3. Autorka ukazuje, že dvojica bodov generujúca DC3 pre iteráciu zobrazenia nemusí generovať DC3 pre zobrazenie. To naznačuje obtiažnosť problému.

- [3] J. Dvořáková, *Chaos in nonautonomous discrete dynamical systems*, zaslané do tlače.

V práci sa skúmajú neautonómne systémy dané rovnomerne konvergentnou postupnosťou spojitých surjekcií intervalu. Autorka ukazuje, že, zhruba povedané, nie je súvis medzi veľkosťou chaotických množín takéhoto systému a jeho limitného zobrazenia.

3. Hodnotenie kvality dizertačnej práce

Najskôr uvediem niektoré konkrétne pripomienky, ktoré mám k dizertácii:

Úvodná časť je niekedy až príliš suchá. Na str. 10, keď sa zavádza pojem “essential periodic point”, by bolo vhodné rozobrať, či v periodickej orbite s jedným takým bodom musia byť všetky body také alebo nie. Tiež by čitateľa zaujímalo, čo znamená

“p” v definícii “p-stable”. Množiny $S_0(f)$ a $S(f)$ sa definujú ako zjednotenia. Prvá z nich ako zjednotenie bodov, druhá ako zjednotenie množín. Som zvyknutý na to, že bod sa považuje za množinu (“singleton”), ale aj tak ma to tu ruší. Naproti tomu na str. 12 sa zase hovorí o hustote periodických orbít (teda nie o hustote množiny) v množine reťazovo rekurentných bodov. Na môj vkus to nie je dostatočne precízna formulácia. Na str. 13 by sa mala uviesť definícia Li-Yorkovho chaosu pre *neautonómny* systém. Na str. 14 nie je vždy jasné o akom chaose je reč. Napr. vo Vete C sa hovorí o distribučnom chaose bez špecifikácie, či ide o DC1, DC2 alebo DC3 a hovorí sa o nechaotickom zobrazení f ; čitateľovi nie je jasné v akom zmysle, kým sa nepozrie do dôkazu. Očakávam, že pri obhajobe bude uchádzačka používať precíznejšie formulácie.

Privítal by som tiež, keby nielen v časti 4 ale aj v častiach 3 a 5 boli uvedené nejaké otvorené problémy či naznačené možnosti ďalšieho výskumu.

Dizertačná práca je kombináciou viet a dômyselných kontrapríkladov. Od autorky si vyžiadala dobrú znalosť teórie diskretných dynamických systémov, najmä metód topologickej a symbolickej dynamiky. Práca prináša nové vedecké výsledky a prispieva tak k lepšiemu pochopeniu teórie. Práca nie je príliš rozsiahla ani jednoliata, ide skôr o izolované príspevky k teórii. Ukazuje však, že autorka preukázala schopnosť samostatnej vedeckej práce. Prvý z troch článkov považujem za najlepší.

Vyslovujem nasledujúci záver.

4. Záver

Odporúčam, aby bol Jane Dvořákovéj po úspešnej obhajobe udelený titul “PhD”.



Banská Bystrica, 5. 5. 2012

Prof. RNDr. Ľubomír Snoha, DSc., DrSc.
Katedra matematiky
Fakulta prírodných vied
Univerzita Mateja Bela
Tajovského 40
974 01 Banská Bystrica